

NAPOLI 2011 - PARTE 2

Titolo nota

12/04/2011

Gioco finito è un qualunque gioco tra A e B per cui esiste un numero M tale che la partita comunque finisce entro M mosse.

Teorema In ogni gioco finito esiste una strategia vincente per A oppure per B.

Dim. Induzione sul numero M .

Fatta una mossa, troviamo un nuovo gioco con al max $M-1$ mosse.

Ammissione SNS 2010 C'è un numero k scritto e le mosse possibili sono -1 oppure $+2$, eventualmente con parte intera

$2k \rightarrow 2k-1$ oppure k

$2k+1 \rightarrow 2k$ oppure k Vince chi scrive 0

Chi vince?

Vinco se trovo

Perdo se trovo

1

2 ($\rightarrow 1$)

3 ($\rightarrow 2$)

6 ($\rightarrow 5, 3$)

4 ($\rightarrow 2$)

8 ($\rightarrow 7, 4$)

5 ($\rightarrow 2$)

10 ($\rightarrow 9, 5$)

7 ($\rightarrow 6$)

9 ($\rightarrow 8$)

Dopo un po' si scopre che

$V = \{2^{2k}\} \cup \{2^{2k} \cdot \text{dispari}\}$

$P = \{2^{2k+1}\} \cup \{2^{2k+1} \cdot \text{dispari}\}$ Si tratta di dimostrare che

- da V se gioco bene passo su P
- da P , comunque gioco, cado su V .

Ammissione S. Anna 200?

Scacchiera $m \times n$. Pedina messa

in una casella.

Mossa possibile: spostare la pedina di 1 in orizz. o vert. purchè la casella in cui si va non sia già stata occupata prima. Perde chi non può più muovere.

Domanda: chi vince in funzione di n e posiz. iniziale?

Configurazione = dimensione, posizione, caselle vietate.

Cerco di ricomporre la partita.

Supponiamo n pari. Penso la scacchiera come ricoperta da mattonelle 2×1 .

Ad ogni mossa A completa la mattonella, poi B è costretto a uscire e iniziare una nuova mattonella, che A completa nuovamente, e così via.



Supponiamo n dispari. Tassello tutto meno casella occupata all'inizio. Ora vince B perchè A è costretto ad iniziare una mattonella, B la completa, A ne inizia un'altra, e così via...

IMO SL 2009

Striscia di 2011 caselle



all'inizio tutte bianche.

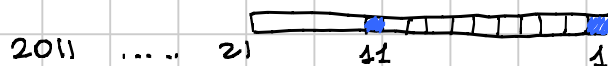
Mossa possibile: prendere 10 caselle di fila, di cui la prima bianca, e invertire B con V e viceversa

Perde chi non può più giocare.

Chi vince?

Vince sempre lo stesso, indipendentemente da come gioca.

Coloro una casella ogni 10



Ho colorato 202 caselle.

Ad ogni mossa una ed una sola viene cambiata.
Quando la partita è finita saranno cambiate tutte
l'altrimenti, se una è ancora o di nuovo B posso continuare.)
Per cambiare 202 caselle ci vogliono un numero pari
di mosse, quindi l'ultimo a giocare è stato B.

NO! L'ultima a dx può restare bianca, quindi non solo
da contare 1, 11, 21, 31, ..., ... ma
10, 20, 30, 40, ..., 2010
Queste sono 201, quindi vince A.

