

# Stage di TERMI - (24/01/2011)

Titolo nota

24/01/2011

## COMBINATORIA - I

E<sub>Q</sub>: Quanti sono gli anagrammi (semplici o meno) di TERMI? **120**

5 modi di scegliere la 1<sup>a</sup> lettera

Le modi di  $\begin{matrix} u \\ u \end{matrix}$   $\begin{matrix} u \\ u \end{matrix}$   $\begin{matrix} u \\ u \end{matrix}$   $\begin{matrix} u \\ u \end{matrix}$

;

1 modo  $\begin{matrix} u \\ u \end{matrix}$   $\begin{matrix} u \\ u \end{matrix}$  5<sup>a</sup> lettera

Alla sinistra le PROBABILITÀ di avere

m° CASI FAVOREVOLI

m° CASI POSSIBILI

E<sub>2</sub>: Una parola si dice PRONUNCIABILE se non contiene consonanti consecutive.

Quanti sono gli anagrammi monosillabici di CAVOLI?

72, 48, 1296, 710, 36, 180, 144, 120

14 1 -2 1 0

1  
1

6

CAOVIL

c v

x y

xy xy xy

yx yx yx

xy yx yx

xy x yx

144

1) posso assegnare le vocali in 6 modi

2) n n 4 consonanti 4 6 4

3)

w w w w

0 1 1 1 }  
1 1 1 0 } 4  
0 1 2 0 }  
0 2 1 0 }

$$4 \cdot 6 \cdot 6 = 144$$

Esercizio: Contare gli assegnamenti di PORCO.

$\frac{5!}{2!}$

PORCO

5!  
2!

PORCO  
"PORCO"

① Contare gli augenmuni di NINNO

M M m O

M m NO

$$\frac{5!}{3!}$$

N M m O

N m MO

m M M O

m M MO

② Contare gli augenmuni d. NANNA  $\frac{5!}{3!2!} = 10$

③ Contare gli augenmuni PRONUNCIABILI di BAOBAB.

xyxyxy      xyyxyx } 4  
yxyxyx      xyxyyx }

sugr. d BBB = 1  $\Rightarrow 12$

Augm. di AOA =  $\frac{3!}{2!} = 3$

$$4 \cdot \frac{3!}{3!} \cdot \frac{3!}{2!}$$

L V L V L V L = n° di modi di suddividere 3 pezzi  
tra 4

P'ORCO ~ POROC

PANTA GRUELLO

Vocali = 6

Consonanti = 7

$$V \quad V \quad L \quad V \quad C \quad V \quad L \quad V \quad V \quad L \quad V \quad L \quad 7! \frac{6!}{2}$$

Vocali = 10 Consonanti = 7

Problema che non l'assecca nulla

Scegliere ORDINAMENTI 3 persone fra 11:

$$\frac{11!}{(11-3)!} = \frac{11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}$$

PERMUTAZIONI Scegliere 3 persone fra 11 (senza l'ordine)

$$\frac{11!}{8!} \cdot \frac{1}{3!}$$

Scegliere k elementi fra n (senza badare all'ordine)

$$\frac{n!}{(n-k)! \cdot k!} = \text{Coefficiente Binomiale} = \binom{n}{k}$$

$$\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$$

$\binom{m}{k}$  = n° di sottosinsiemi di k elem. in un insieme di m

① Sottosinsiemi di un insieme di m elem.

$$m=10$$

1 0 0 0 0 0 0 0 0 0  
✓ ✗ ✓ ✗ ✓ ✗ ✗ ✓ ✗  $2^{10}$  sottose

$$\binom{10}{0} + \binom{10}{1} + \binom{10}{2} + \dots + \binom{10}{9} + \binom{10}{10} = 2^{10}$$

Permutazioni:  $m!$

Sugliere e disporre k elementi fra m:  $\frac{m!}{(m-k)!}$

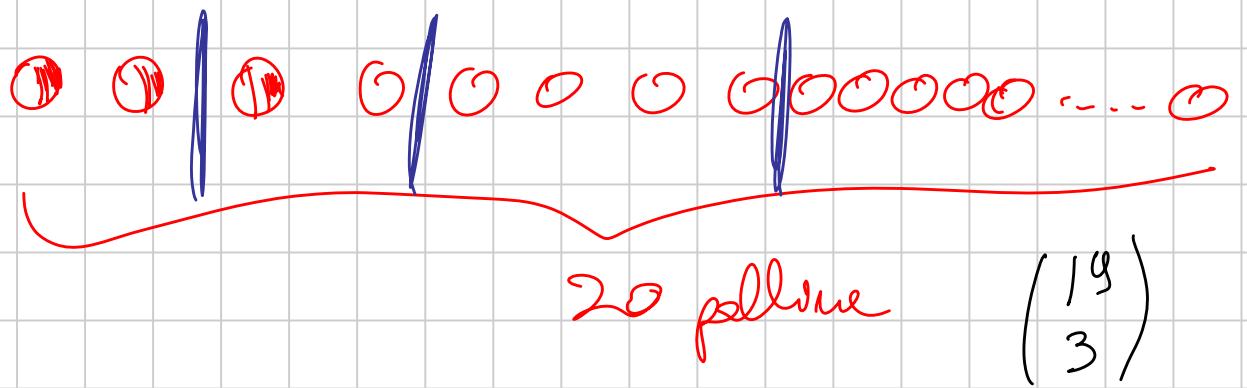
Sugliere a meno dell'ordine k el. fra m:

$$\binom{m}{k} = \frac{m!}{k!(m-k)!}$$

Stringhe di m caratteri con k simboli:  $R^m$

Ej: Le scatole numerate, 20 palline

# modi di dividere le palline fra le scatole senza doverne di vuote.



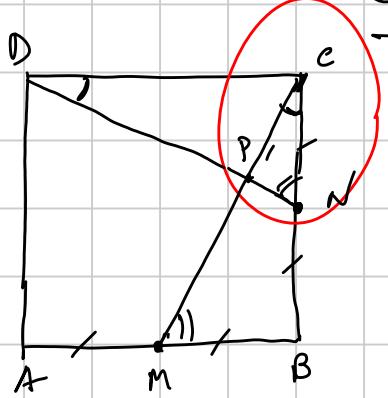
Esercizio: C'è un regno con 8 tempe, in ogni tempe

Nel mettere un belzino e una scerpa. In quanti modi puoi farlo?

A, B, C, D, E, F, G, H

$$\frac{16!}{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2} = \frac{16!}{2^8}$$

# GEOMETRIA



$$\bar{AB} = 1 \quad \text{area } \triangle PNC ?$$

$$\triangle DCN \sim \triangle MBC$$

$\triangle PNC$  è rettangolo

$$\triangle NPC \sim \triangle MBC$$

$$\frac{PC}{BC} = \frac{PN}{MB}$$

$$\frac{PC}{PN} = \frac{BC}{MB} = 2$$

$$\frac{PN}{CN} = \frac{CN}{ND}$$

$$\frac{A_{PNC}}{A_{DCN}} = \left( \frac{PN}{CN} \right)^2 = \left( \frac{CN}{ND} \right)^2$$

$$= \left( \frac{1/2}{\sqrt{5}/2} \right)^2 = \left( \frac{1}{\sqrt{5}} \right)^2 = \frac{1}{5}$$

$$CN = 1/2$$

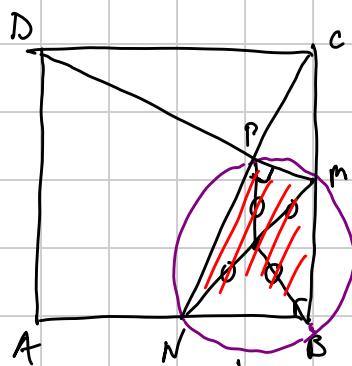
$$ND = \sqrt{1 + \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

Pitagora

$$\frac{A_{PNC}}{A_{DCN}} = \frac{1}{5}$$

$$A_{DCN} = \frac{DC \cdot CN}{2} = \frac{1 \cdot 1/2}{2} = 1/4$$

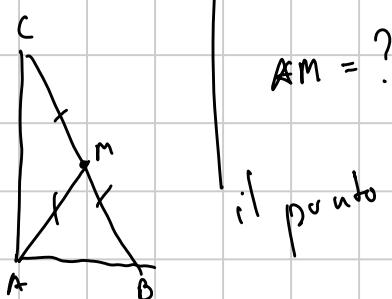
$$A_{PNC} = A_{DCN} \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{20}$$



$\triangle PMB$  è inscritibile (ciclico)

In generale basterà

$$\hat{NPM} + \hat{NBM} = 180^\circ$$



$$AM = CM = MB$$

il punto medio di NM  
è il centro delle circonferenze a NBM

$$R_2 = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

2)

Euclidean

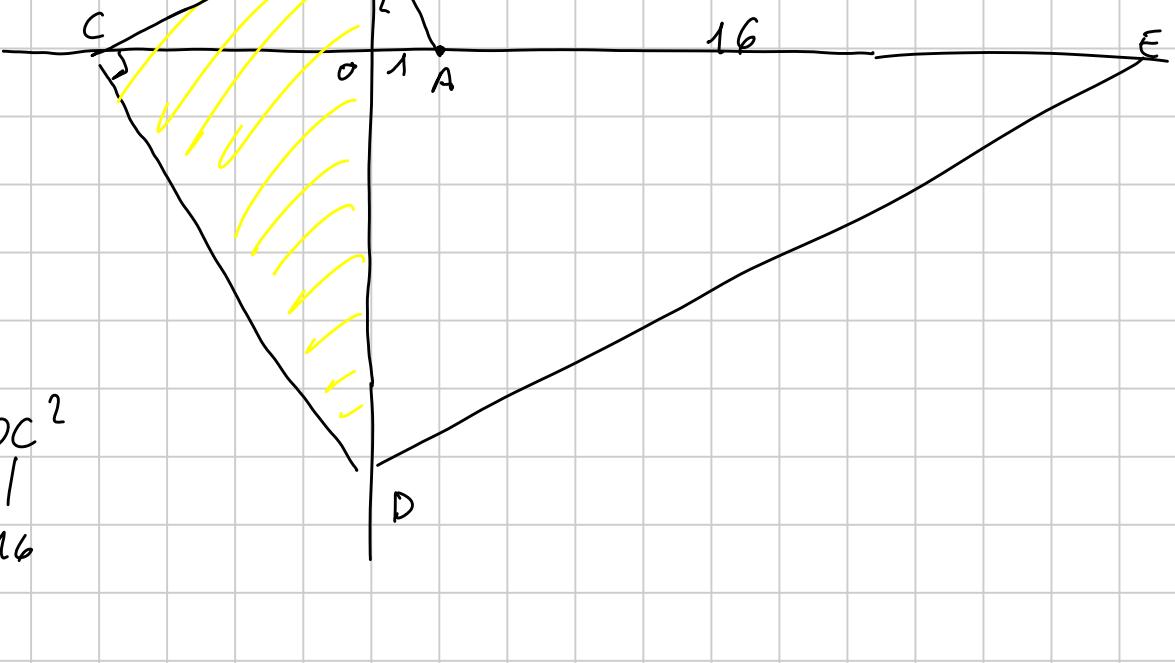
$$OA \cdot OC = OB^2$$

$$\begin{array}{c|c} 1 & 1 \\ \hline a & h \end{array}$$

$$OA = 1$$

$$OB = 2$$

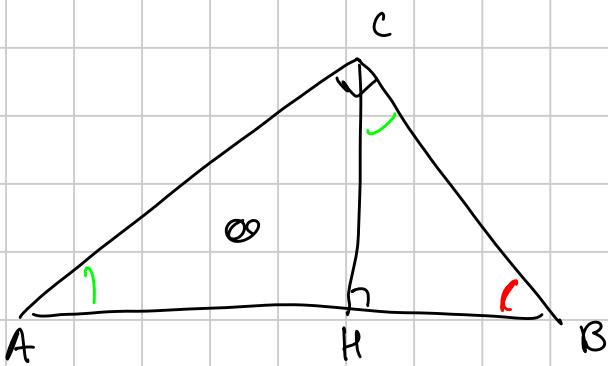
$$OE? \underline{\hspace{2cm}}$$



$$OB \cdot OD = OC^2$$

$$\begin{array}{c|c} 1 & 1 \\ \hline 2 & 16 \end{array}$$

$$\begin{array}{c|c} & 8 \\ \hline & \end{array}$$



$\triangle ABC$  nell'angolo retto in  $C$

$CH$  è l'altezza nell'ipotenusa

$\triangle CHB$  e  $\triangle ABC$

hanno un angolo retto

$B$  in comune

$\downarrow$   
sono simili

$$\frac{CB}{AB} = \frac{HB}{CB}$$

lato opposto  
all'angolo  $\circ$

ipotenuse

$$CB^2 = AB \cdot HB \quad \text{I teorema di Euclideo}$$

$$\frac{CH}{AH} = \frac{HB}{CH} \rightarrow (CH^2 = HB \cdot AH) \quad \text{II teorema di Euclideo}$$

$\triangle ABC$  triangolo  $AM, BN$  mediane

- $AM \perp BN$
- $AM = 9 \quad BN = 12$



Quanto vale l'area di  $\triangle ABC$ ?

3)

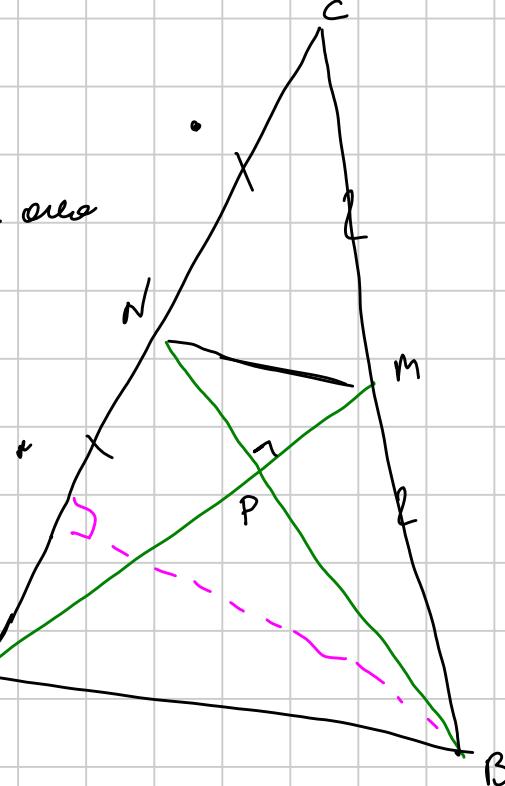
$\triangle ABN, \triangle BNC$

hanno la stessa area

- basi uguali ( $AN = NC$ )
- stesse altezze

$$\frac{AP}{PM} = 2$$

$$AP = 6 \quad PM = 3$$



$$AM = 9$$

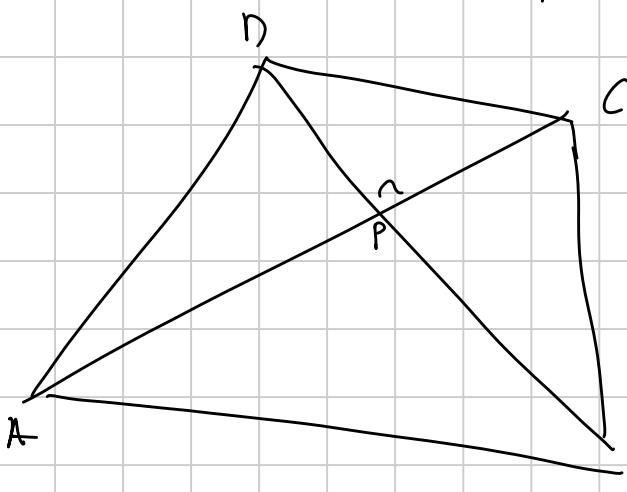
$$BN = 12$$

$$S_{ABC} = ?$$

$$\frac{CN}{CA} = \frac{CM}{CB}$$

$NM \parallel AB$ ?

$$S_{ABC} = 2 S_{ABN} = 2 \cdot \frac{BN \cdot AP}{2} = 12 \cdot 6 = 72$$



$ABCD \quad BD \perp CA$

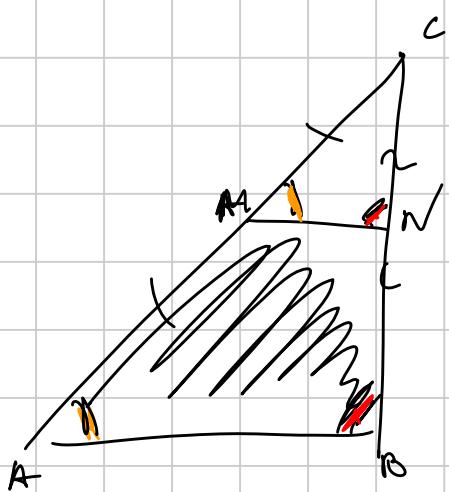
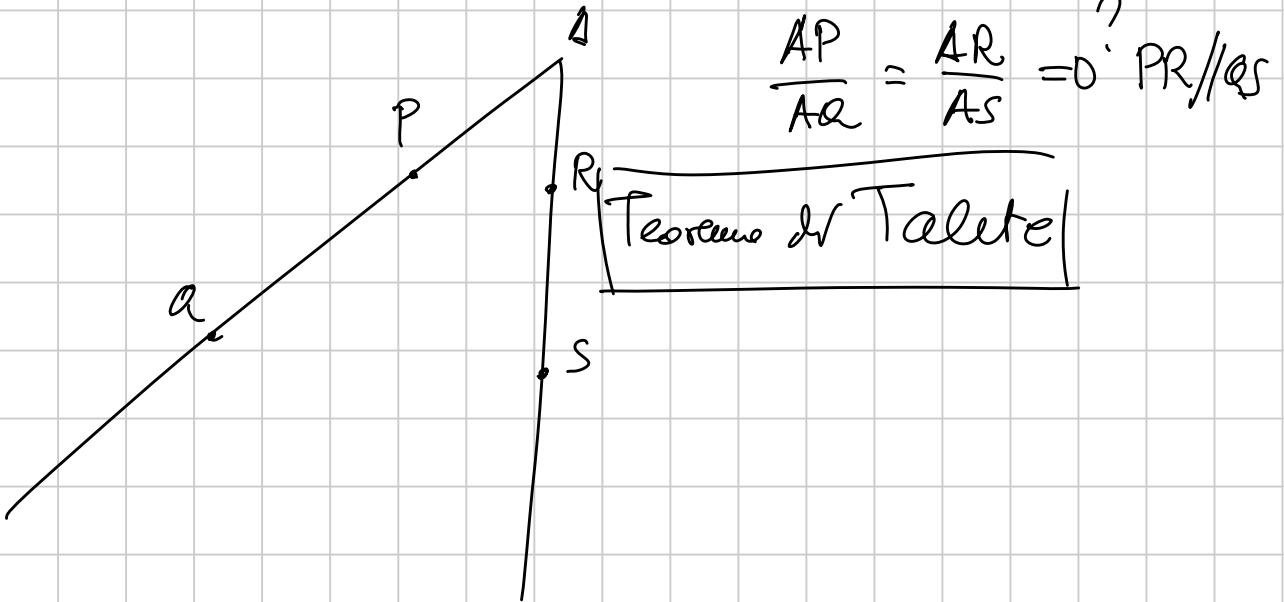
diagonali perpendicolari

$$S_{ABCD} =$$

$$= S_{ACD} + S_{ABC} =$$

$$= \frac{AC \cdot PD}{2} + \frac{AC \cdot PB}{2} =$$

$$= \frac{AC}{2} (PD + PB) = \frac{AC \cdot BD}{2}$$



$$MN \parallel AB$$

$$MNC \sim ABC$$

$$\frac{S_{MNC}}{S_{ABC}} = \left(\frac{1}{2}\right)^2$$

$$x + \text{cose note} = 6x$$

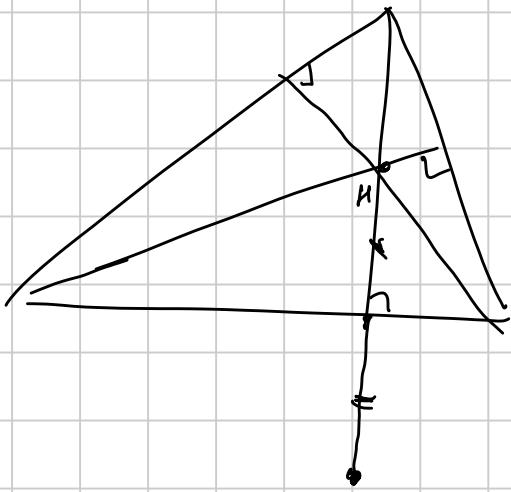

---

$$3x = \text{cose note}$$

mi trovo  $6x$

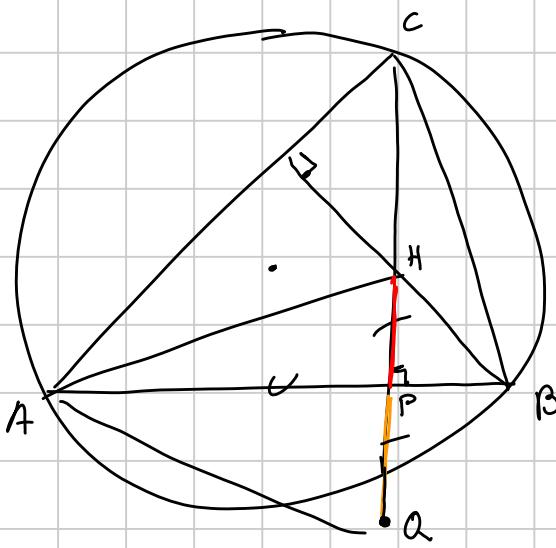
---

6



H orto centro

7

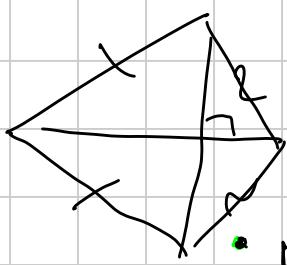


H orto centro

prolungo l'altre  
in verso che

$$\boxed{HP = PQ}$$

Q è circonferenza



per 3 punti passa una e una sola circonferenza

se  $\widehat{AQB} + \widehat{ACB} = 180^\circ$

$$\widehat{AQB} + \widehat{ACB} = 180^\circ$$

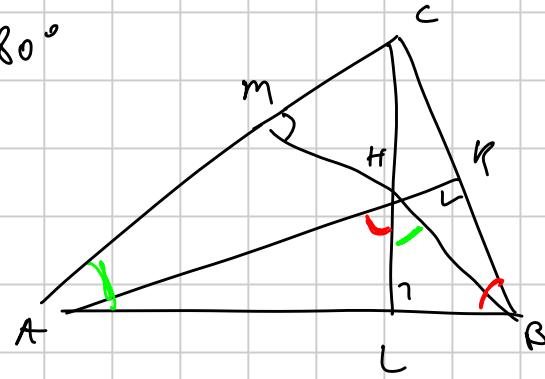
$$\widehat{AQB} = \widehat{AHB}$$

in mille modi  
(  $\widehat{AQB}$  è il simm. di  $\widehat{AHB}$   
 $\widehat{AQB}$  è uo dello ide )

$$\overset{\text{a}}{A} \overset{\text{a}}{H} \overset{\text{a}}{B} + \overset{\text{a}}{A} \overset{\text{a}}{C} \overset{\text{a}}{B} = 180^\circ$$

$HKCM$  è inscritto  
↓  
 $MCK + MHR = 180^\circ$

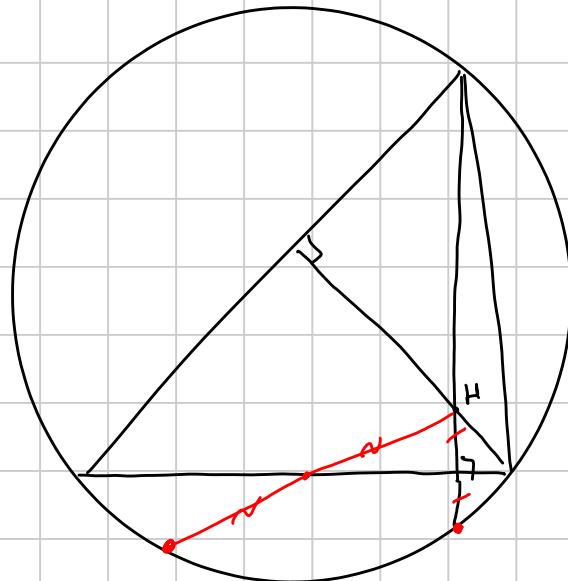
$$\overset{\text{y}}{M} \overset{\text{y}}{H} \overset{\text{y}}{B}$$



$LBRH$  è inscrittibile

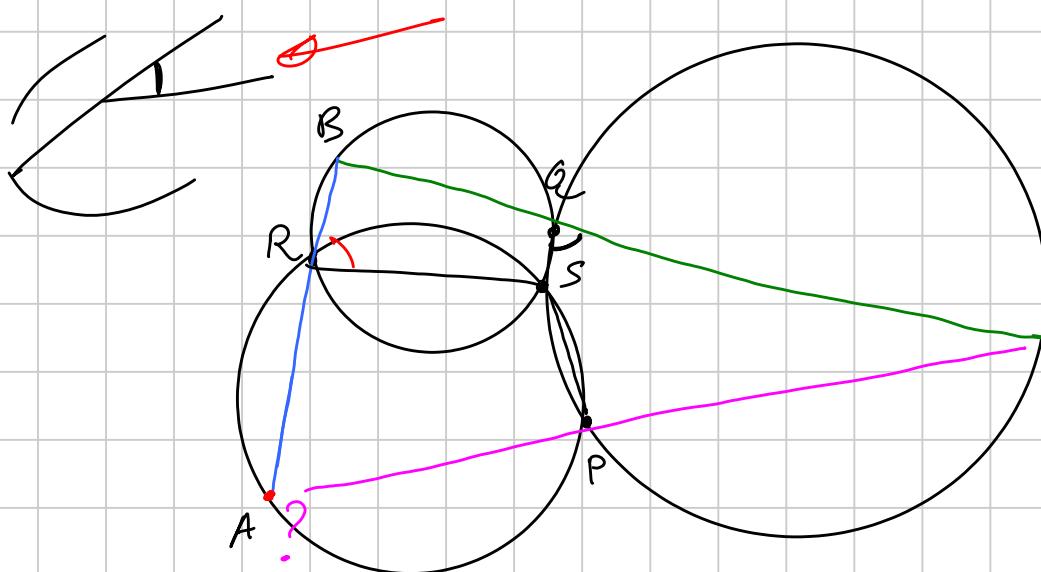
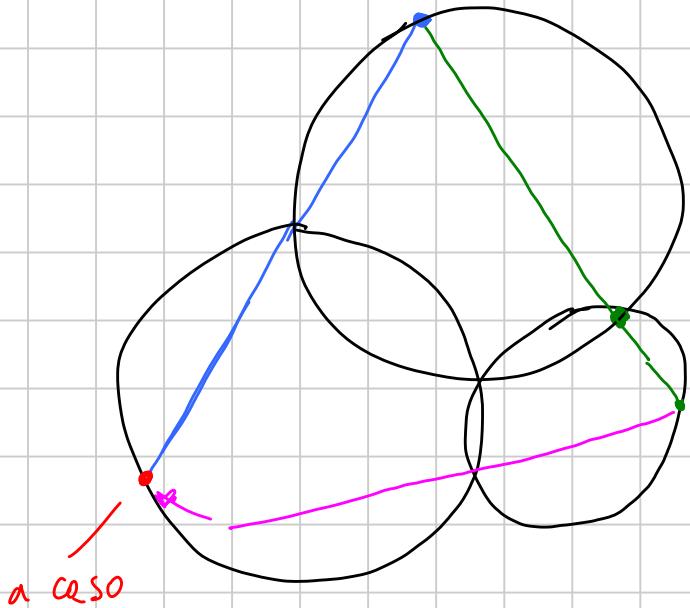
$$\overset{\text{a}}{A} \overset{\text{a}}{H} \overset{\text{a}}{L} \sim \overset{\text{a}}{A} \overset{\text{a}}{B} \overset{\text{a}}{R}$$

(rettangoli con  
angolo in  
comune)



anche il simmetrico  
rispetto ad un punto  
medio sta nella  
clu

3 circonference  
connessi  
uguali



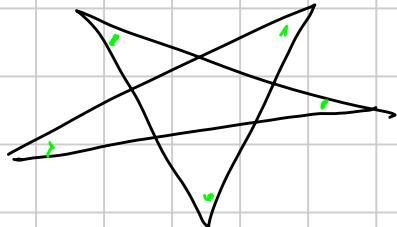
$\hat{SPC} = ?$   $SPCQ$  è inscrittibile  
(vertice so vero falso)

$$\begin{aligned}\hat{SPC} &= 180^\circ - \hat{SQC} = \hat{SQB} \\ &= 180^\circ - \hat{BRS} = \hat{SRA} = 180^\circ - \hat{SPA}\end{aligned}$$



$\hat{SPC} = 180^\circ - \hat{SPA}$  che è quello che valgono !!

1)



stelle a 5 punte "qualsiasi," quanto fa la somma degli angoli nelle punte?

- 2) Il simmetrico dell'ortocentro  $\overset{\Delta}{ABC}$  rispetto al punto medio di un lato sta sulla circonferenza circoscritta di  $\overset{\Delta}{ABC}$
- 3) ABCDE pentagono regolare; F punto interno ad ABCDE tale che ABF è equilatero. Quanto vale  $\hat{DFC}$ ?

