MACOMER

FRANCESCO MORANDIN

TEORIA DEI NUMERI

Note Title 29/01/2012

2006 11. I membri di una tribù hanno dieci dita alle mani e nove ai piedi e quindi contano indifferentemente in base 10 o 19. Nella loro cultura matematica, un numero intero positivo è detto "sacro" se in entrambe le basi si scrive con le stesse due cifre (comprese tra 1 e 9). Quanti sono i numeri sacri?

2007 3. La rappresentazione in base 2 di un numero a è 1110000100111010101110100001. Qual è la settima cifra da sinistra della rappresentazione di a in base 8?
(A) 2 **(B)** 3 **(C)** 4 **(D)** 5 **(E)** 6.

2009 9. Quanti interi positivi n hanno la proprietà che la loro rappresentazione in base 2 coincide con la rappresentazione in base 3 di $2n$?
(A) Nessuno **(B)**1 **(C)** 2 **(D)** più di 2, ma in numero finito **(E)** infiniti.

2008 7. In quanti modi si possono ordinare le cifre 1, 2, 4, 7 e 9 affinché formino un numero di cinque cifre divisibile per 11?
(A) 0 **(B)** 1 **(C)** 10 **(D)** 12 **(E)** 24.

2009 13. Determinare il massimo intero positivo k tale che k^2 divide $\dfrac{n!}{(n-6)!}$ per ogni $n > 6$.

2010 8. Nella classe di Sergio, dopo la correzione dell'ultimo compito di matematica, al quale tutti gli alunni erano stati presenti, la media aritmetica delle insufficienze è risultata 4,6, mentre la media aritmetica delle sufficienze è risultata 7,1. Sapendo che il professore ha dato soltanto voti interi, quanti alunni ci sono al minimo nella classe di Sergio?
(A) 10 **(B)** 12 **(C)** 15 **(D)** 24 **(E)** 30.

2007 12. Consideriamo un qualsiasi insieme di 20 numeri interi consecutivi, tutti maggiori di 50. Quanti di essi al massimo possono essere numeri primi?
(A) 4 **(B)** 5 **(C)** 6 **(D)** 7 **(E)** 8.

2007 17. **ESERCIZIO DIMOSTRATIVO**
Un intero positivo si dice *triangolare* se si può scrivere nella forma $\dfrac{n(n+1)}{2}$ per qualche intero positivo n. Quante sono le coppie (a, b) di numeri triangolari tali che $b - a = 2007$? (Si ricorda che 223 è un numero primo).

2008 13. Determinare il più grande numero di due cifre tale che:
a) sia un numero primo;
b) scambiando di posto le due cifre resti un numero primo;
c) il prodotto delle due cifre sia un numero primo.

2010 11. In una scatola ci sono venti palline numerate da 1 a 20. Ciascun numero è presente in una e una sola di queste palline. Quante palline diverse dobbiamo estrarre come minimo, per essere sicuri che il prodotto dei loro numeri sia un multiplo di 12?
(A) 7 **(B)** 11 **(C)** 12 **(D)** 15 **(E)** 18.

2008 17. **ESERCIZIO DIMOSTRATIVO**

a) Si hanno sette numeri interi positivi a, b, c, d, e, f, g tali che i prodotti ab, bc, cd, de, ef, fg, ga sono tutti cubi perfetti. Dimostrare che anche a, b, c, d, e, f, g sono cubi perfetti.

b) Si hanno sei numeri interi positivi a, b, c, d, e, f tali che i prodotti ab, bc, cd, de, ef, fa sono tutti cubi perfetti. È sempre vero che a, b, c, d, e, f sono tutti cubi perfetti?

Nota: si dice cubo perfetto un intero m tale che $m = n^3$ per qualche intero n.

2010 10. Quattro interi positivi $a_1 < a_2 < a_3 < a_4$ sono tali che, dati due qualunque di essi, il loro massimo comun divisore è maggiore di 1, ma $\text{mcd}(a_1, a_2, a_3, a_4) = 1$. Qual è il minimo valore che può assumere a_4?

(A) 10 **(B)** 12 **(C)** 15 **(D)** 30 **(E)** 105.

2008 11. Vi sono 10000 lampadine numerate da 1 in poi, ciascuna delle quali viene accesa e spenta con un normale interruttore. All'inizio tutte le lampadine sono spente; poi si premono una volta tutti gli interruttori delle lampadine contrassegnate dai multipli di 1 (di conseguenza tutte le lampadine vengono accese), successivamente vengono premuti una volta gli interruttori di tutte quelle di posto pari (cioè multiplo di 2), poi quelle contrassegnate con i multipli di 3, successivamente si cambiano di stato quelle relative ai multipli di 4 e così via, sino ai multipli di 10000. Quale delle seguenti lampadine rimane accesa al termine delle operazioni?

(A) La numero 9405 **(B)** la numero 9406 **(C)** la numero 9407 **(D)** la numero 9408 **(E)** la numero 9409.

2009 6. Un'urna contiene N palline ($N > 3$) numerate da 1 a N. Se dall'urna vengono tolte due palline recanti numeri non multipli di 3 e una recante un multiplo di 3, la probabilità di ottenere un multiplo di 3 estraendo una singola pallina risulta minore di quanto era con l'urna completa. Cosa si può dedurre riguardo a N?

(A) N è certamente multiplo di 3
(B) N non è multiplo di 3
(C) N è certamente dispari
(D) N è certamente pari
(E) nessuna delle affermazioni precedenti può essere dedotta.

2009 7. Determinare il più grande intero n con questa proprietà: esistono n interi positivi distinti $a_1, \ldots a_n$ tali che, comunque se ne scelgano fra essi due distinti, né la loro somma né la loro differenza siano divisibili per 100.

(A) 49 **(B)** 50 **(C)** 51 **(D)** 99 **(E)** 100.

2009 15. **ESERCIZIO DIMOSTRATIVO**

a) Qual è il minimo intero positivo c tale che esista almeno una coppia (a, b) di interi positivi distinti tali che $2c^2 = a^2 + b^2$?

b) Dimostrare che esistono infinite terne (a, b, c) di interi positivi distinti tali che $2c^2 = a^2 + b^2$.

2010 5. Per quanti interi relativi n si ha che $\dfrac{3n}{n+5}$ è intero e divisibile per 4?

(A) 1 **(B)** 2 **(C)** 4 **(D)** 8 **(E)** più di 8.

MACOMER

KIRILL KUZMIN

COMBINATORIA

Note Title 30/01/2012

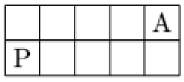
1998

9. Dato un cubo C, quanti sono i triangoli che hanno per vertici tre vertici di C e che non giacciono su nessuna delle facce di C?

(A) 12 **(B)** 24 **(C)** 32 **(D)** 56 **(E)** 112.

2003 B

8. Nella griglia in figura si vuole andare dalla casella di partenza P alla casella di arrivo A, seguendo due regole: ci si può spostare da una casella ad un'altra solo se hanno un lato in comune; si può passare al più una volta da ogni casella. In quanti modi può essere fatto il tragitto?



(A) 5 **(B)** 8 **(C)** 10 **(D)** 16 **(E)** 32.

2004 T

13. Un villaggio è costituito da abitazioni isolate, collegate da strade. Ognuna di queste strade è un sentiero che collega due abitazioni (e tra due abitazioni vi è al più un sentiero che le collega). Le abitazioni sono di due tipi: centrali e periferiche. Ogni abitazione centrale è collegata esattamente ad altre tre abitazioni; ogni abitazione periferica è collegata esattamente ad altre due abitazioni. Sapendo che il numero di abitazioni centrali è uguale al numero di abitazioni periferiche, e che ci sono in tutto 30 sentieri, quante abitazioni ci sono in tutto il villaggio?

9. Un numero di quattro cifre si dice maggiore del proprio simmetrico se non è divisibile per 10 ed è strettamente maggiore del numero che si ottiene leggendo le sue cifre da destra verso sinistra. Quanti sono i numeri di 4 cifre maggiori del proprio simmetrico?

2. Determinare tutti i numeri naturali multipli di 6 e che possiedono esattamente 6 divisori naturali. (dare come risultato la somma di tutti i numeri trovati)

2005

13. Su una scacchiera 75×75 le righe e le colonne sono numerate da 1 a 75. Chiara vuole mettere una pedina in tutte e sole le caselle che abbiano una coordinata pari e l'altra multipla di 3. Quante pedine disporrà in tutto sulla scacchiera?

6. Qual è la probabilità che i 5 numeri estratti in una singola estrazione del lotto siano in ordine crescente?

8. m e n sono due naturali primi tra loro. Nel polinomio $(mx+n)^{2000}$, i coefficienti di x^2 e x^3 sono uguali. Quanto vale $m+n$?

2002B

3. In una mappa di una certa regione ci sono dieci città ai vertici di un decagono regolare, e i dieci lati del decagono rappresentano altrettante strade. Nella regione ci sono dei lavori, per cui ogni strada è aperta con una probabilità $\frac{1}{2}$ indipendentemente dalle altre.
Qual è la probabilità che da ogni città si possa raggiungere ogni altra città?

(A) fra lo 0,2% e lo 0,5% **(B)** fra lo 0,5% e l'1% **(C)** fra l'1% e il 2% **(D)** fra il 2% e il 5% **(E)** fra il 5% e il 10%.

2001

8. In un paese l'uno per cento della popolazione è affetto da una certa malattia. Il test per sapere se si è contagiati sbaglia nell'uno per cento dei casi. Lorenzo si sottopone al test e risulta malato. Qual è la probabilità che egli sia sano?
(A) $\frac{99}{10000}$ **(B)** $\frac{1}{100}$ **(C)** $\frac{99}{5000}$ **(D)** $\frac{1}{2}$ **(E)** $\frac{99}{100}$.

2002 B

11. Un puzzle da 1000 pezzi può essere montato incastrando i pezzi uno dopo l'altro, in modo da inserire ciascun nuovo pezzo nella porzione di puzzle già composta, oppure costruendo diversi gruppi di pezzi e poi unendo questi tra di loro. Ogni unione (di due singoli pezzi, o di due gruppi, o di un pezzo a un gruppo) conta una mossa. Qual è il numero minimo di mosse necessarie per completare il puzzle?

2002 B

13. Gli interi da 1 a 9 sono scritti nelle nove caselle di una scacchiera 3×3, ogni intero in una casella diversa, in modo tale che ogni coppia di numeri consecutivi sia scritta in due caselle adiacenti (cioè aventi un lato in comune). Quanti sono i valori possibili del numero posto sulla casella centrale?

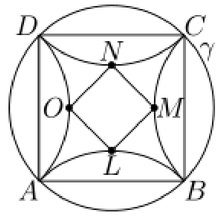
17. **ESERCIZIO DIMOSTRATIVO**

2011

Sia n un intero positivo. Un treno ferma in $2n$ stazioni, incluse quella iniziale e finale, numerate in ordine dalla prima alla $2n$-esima. Si sa che in una certa carrozza, per ogni coppia di interi i, j tali che $1 \leq i < j \leq 2n$, è stato prenotato esattamente un posto per il tragitto tra la stazione i-esima e quella j-esima. Ovviamente prenotazioni diverse non possono sovrapporsi. Determinare, in funzione di n, il numero minimo di posti che devono essere disponibili in quella carrozza affinché la situazione descritta sia possibile.

2009 5. Un quadrato $ABCD$ di lato 1 è inscritto in una circonferenza γ. Si costruiscano i simmetrici degli archi $\widehat{AB}$, $\widehat{BC}$, $\widehat{CD}$, $\widehat{DA}$ di γ rispetto ai lati AB, BC, CD, DA rispettivamente. Indichiamo con L, M, N, O i punti medi degli archi così ottenuti; quanto vale l'area di $LMNO$?

(A) $\frac{\sqrt{2}}{4}$ **(B)** $\sqrt{2}-1$ **(C)** $1-\frac{\sqrt{2}}{2}$ **(D)** $\frac{1}{4}$ **(E)** $3-2\sqrt{2}$.



2006 8. Sia ABC un triangolo e sia A' il simmetrico di A rispetto a BC; sia poi DAA' simile ad ABC e sia D' il simmetrico di D rispetto a AA'. Sapendo che il prodotto delle aree dei quadrilateri $ABA'C$ e $ADA'D'$ è 16, si può dire che AA' ...

(A) è 1 **(B)** è $2\sqrt[4]{2}$ **(C)** è 2 **(D)** è $2\sqrt{2}$ **(E)** non è univocamente determinato dai dati.

(Nota: la similitudine tra DAA' e ABC va intesa in modo ordinato : $DA/AB = AA'/BC = A'D/CA$)

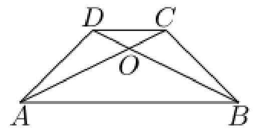
2008 14. Sia ABC un triangolo rettangolo in A, con $A\widehat{B}C = 15°$. Sia H il piede dell'altezza da A e siano J, K le proiezioni di H su AB e su AC. Sapendo che l'area di $AJHK$ è 45 cm^2, quanti cm^2 vale il prodotto $BJ \cdot CK$?

2007 1. In un triangolo isoscele ABC con $AC = BC \neq AB$, si fissi un punto P sulla base AB. Quante posizioni può assumere nel piano un punto Q se vogliamo che i punti A, P e Q, presi in ordine qualsiasi, siano i vertici di un triangolo simile ad ABC?

(A) 0 **(B)** 2 **(C)** 3 **(D)** 4 **(E)** 6.

2008 3. In un trapezio isoscele $ABCD$ di base maggiore AB, le diagonali vengono divise dal loro punto di incontro O in parti proporzionali ai numeri 1 e 3. Sapendo che l'area del triangolo BOC è 15, quanto misura l'area dell'intero trapezio?

(A) 60 **(B)** 75 **(C)** 80 **(D)** 90 **(E)** 105.

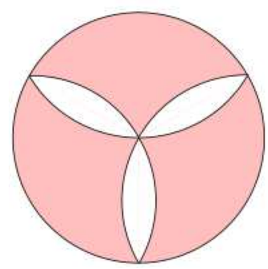


2007 8. Priscilla è stata incaricata di preparare la scenografia per la recita della sua scuola. Ha bisogno di una falce di luna, e ha a disposizione un cerchio di cartone di raggio r in cui ritagliarla; allora punta il compasso sul bordo del cerchio, disegna un arco di circonferenza di raggio $r\sqrt{2}$ e taglia lungo la linea tracciata. Quanto vale l'area della falce di luna che ottiene?

(A) r^2 **(B)** $\frac{\sqrt{2}}{2}\pi r^2$ **(C)** $\frac{1}{3}\pi r^2$ **(D)** $\left(\frac{\pi}{4}+\frac{1}{2}\right)r^2$ **(E)** $\left(\frac{\pi}{4}+1\right)r^2$

2008 8. All'interno di un cerchio di raggio 1 si tracciano 3 archi di circonferenza, anch'essi di raggio 1, centrando nei vertici di un triangolo equilatero inscritto nella circonferenza. Quanto vale l'area della zona ombreggiata?

(A) $\frac{\sqrt{3}}{4}\pi$ **(B)** $\pi-\frac{3\sqrt{3}}{4}$ **(C)** $\pi-\frac{3\sqrt{3}}{2}$ **(D)** $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ **(E)** $6-\pi$.



2007 10. Un triangolo equilatero ha lo stesso perimetro di un rettangolo di dimensioni b ed h (con $b > h$). L'area del triangolo è $\sqrt{3}$ volte l'area del rettangolo. Quanto vale $\frac{b}{h}$?

(A) $\sqrt{3}$ **(B)** 2 **(C)** $\frac{3+\sqrt{3}}{2}$ **(D)** $\frac{3+\sqrt{5}}{2}$ **(E)** $\frac{7+3\sqrt{5}}{2}$.

2006

13. Sia $ABCD$ un parallelogramma. Si sa che il lato AB misura 6, l'angolo $B\widehat{A}D$ misura 60° e l'angolo $A\widehat{D}B$ è retto. Sia P il baricentro del triangolo ACD. Calcolare il valore del prodotto delle aree del triangolo ABP e del quadrilatero $ACPD$.

2008

16. **ESERCIZIO DIMOSTRATIVO**
Sia AB una corda di una circonferenza e P un punto interno ad AB tale che $AP = 2PB$. Sia DE la corda passante per P e perpendicolare ad AB. Dimostrare che il punto medio Q di AP è l'ortocentro di ADE.

2006

7. Due circonferenze con lo stesso raggio si intersecano in X e Y. Sia P un punto su un arco XY di una circonferenza interno all'altra. Sapendo che il segmento XY è lungo 3 e che l'angolo $X\widehat{P}Y$ misura 120°, qual è l'area dell'intersezione tra i due cerchi?
(A) $2(\pi - \frac{1}{4}\sqrt{3})$ **(B)** $3(\pi - \sqrt{3})$ **(C)** $\frac{1}{2}(3\pi - \sqrt{3})$ **(D)** $2(\pi - \frac{2}{3}\sqrt{3})$ **(E)** $2(\pi - \frac{3}{4}\sqrt{3})$.

2009

16. **ESERCIZIO DIMOSTRATIVO**
È dato un triangolo ABC, rettangolo in A e con AC cateto maggiore; sia M il punto medio di BC, N il simmetrico di A rispetto a BC, O l'intersezione fra la perpendicolare ad MN passante per N e la retta contenente BC.
a) Dimostrare che l'angolo OMN è il doppio dell'angolo ACB.
b) Dimostrare che il rapporto fra le aree di MNO e ABC vale un quarto del rapporto fra le lunghezze di BC e HM, dove H è il piede dell'altezza relativa all'ipotenusa di ABC.

2007

18. **ESERCIZIO DIMOSTRATIVO**
È data una circonferenza di diametro AB e centro O. Sia C un punto sulla circonferenza (diverso da A e da B), e si tracci la retta r parallela ad AC per O. Sia D l'intersezione di r con la circonferenza dalla parte opposta di C rispetto ad AB.
i) Dimostrare che DO è bisettrice di $C\widehat{D}B$.
ii) Dimostrare che il triangolo CDB è simile al triangolo AOD.

2006

14. Una piramide a base quadrata ha il lato di base lungo $\sqrt{3}$ e tutti gli spigoli delle facce laterali sono lunghi $\sqrt{2}$. Quanti gradi misura l'angolo fra due spigoli non appartenenti alla stessa faccia laterale?

2009

2. Il perimetro di un rombo è 32 cm e ciascuno dei due angoli acuti misura 30°. Quanto vale il volume del solido ottenuto facendo ruotare il rombo intorno a un suo lato?
(A) $128\sqrt{3}\pi$ **(B)** 128π **(C)** $64(\sqrt{3}-1)\pi$ **(D)** 64π **(E)** $32\sqrt{3}\pi$.

2008

12. In un giorno di sole una sfera è posata su un terreno orizzontale. In un certo istante l'ombra della sfera raggiunge la distanza di 10 metri dal punto in cui la sfera tocca il terreno. Nello stesso istante un'asta di lunghezza 1 metro posta verticalmente al terreno getta un'ombra lunga 2 metri. Qual è il raggio della sfera in metri?
(A) $\frac{5}{2}$ **(B)** $9 - 4\sqrt{5}$ **(C)** $10\sqrt{5} - 20$ **(D)** $8\sqrt{10} - 23$ **(E)** $6 - \sqrt{15}$.

2009

8. Il minuscolo, ma preziosissimo, Diamante Dodecaedrico si trova a 2 metri dalla parete sud e 3 metri dalla parete ovest di una stanza rettangolare le cui pareti nord e sud sono lunghe 4 metri e quelle est e ovest sono lunghe 3 metri. Un ladro si cala dal soffitto all'interno della stanza e tocca il pavimento a un metro dalla parete sud e a un metro dalla parete ovest. Si accorge però che deve immediatamente disattivare il sistema di allarme, tagliando almeno in un punto un filo che corre ad altezza da terra costante lungo le quattro pareti perimetrali della stanza. Quanti metri è lungo il percorso più breve che deve compiere per raggiungere prima un punto qualsiasi di una delle pareti, e poi il Diamante Dodecaedrico?
(A) $3 + \sqrt{2}$ **(B)** $2 + \sqrt{5}$ **(C)** $\sqrt{17}$ **(D)** $\sqrt{13}$ **(E)** $2\sqrt{2}$.

ALGEBRA & CO

2006

9. Quanti simboli di radice quadrata, come minimo, devono comparire nell'espressione $\sqrt{\cdots\sqrt{\sqrt{123.456.789}}}$ affinché il risultato sia minore di 2?
(**A**) 5 (**B**) 6 (**C**) 7 (**D**) 8 (**E**) 9.

2009

1. Quanti interi n sono tali che $\sqrt{n}$ differisce da $\sqrt{101}$ per meno di 1?
(**A**) 19 (**B**) 21 (**C**) 40 (**D**) 41 (**E**) 42.

2008

15. **ESERCIZIO DIMOSTRATIVO**
Si determinino tutte le coppie $(x,\ y)$ di numeri reali che verificano l'equazione

$$\frac{4}{x+y} = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}\ .$$

2008

5. Siano $a_0, a_1, a_2, \ldots$ numeri interi tali che $a_0 = 19, a_1 = 25$, e per ogni $n \geq 0$ valga $a_{n+2} = 2a_{n+1} - a_n$.
Qual è il più piccolo $i > 0$ per cui a_i è multiplo di 19?
(**A**) 19 (**B**) 25 (**C**) 38 (**D**) 44 (**E**) 50.

2009

14. Sia x la più piccola delle due soluzioni dell'equazione $x^2 - 4x + 2 = 0$. Quali sono le prime tre cifre dopo la virgola nella scrittura (in base 10) del numero

$$x + x^2 + x^3 + \cdots + x^{2009}?$$

2010

7. Qual è la seconda cifra (partendo da sinistra) del numero $(10^{16}+1)(10^8+1)(10^4+1)(10^2+1)(10+1)$?
(**A**) 0 (**B**) 1 (**C**) 2 (**D**) 3 (**E**) 4.

2005

15. Quante sono le coppie ordinate $(x,\ y)$ di interi positivi x e y che soddisfano la relazione $xy + 5(x+y) = 2005$?

2007

5. Sia $P(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$. Sapendo che la somma di due delle radici del polinomio vale zero, quale fra le seguenti relazioni tra i coefficienti di $P(x)$ è sempre vera?
(**A**) $abc = 0$ (**B**) $c = ab$ (**C**) $c = a + b$ (**D**) $b^2 = ac$
(**E**) nessuna delle risposte precedenti è corretta.

2005

4. Quanti sono i polinomi $p(x)$ di secondo grado, a coefficienti interi e con 2 radici intere, tali che $p(8) = 1$? (Nota: ricordiamo che i numeri interi possono essere positivi, negativi o nulli)
(**A**) 1 (**B**) 2 (**C**) 3 (**D**) un numero finito maggiore di 3 (**E**) infiniti.

2008

10. Indicando con x_1, x_2, x_3 e x_4 le soluzioni dell'equazione $x^4 - 2x^3 - 7x^2 - 2x + 1 = 0$, quanto vale $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} + \frac{1}{x_4}$?
(**A**) 1 (**B**) $\frac{1}{2}$ (**C**) 2 (**D**) 4 (**E**) 7.

2007

13. Sia $p(x) = x^{20} + a_{19}x^{19} + a_{18}x^{18} + \ldots + a_1x + a_0$ un polinomio, con gli a_i interi. Sappiamo che, per tutti gli interi k compresi tra 1 e 20, $p(k) = 2k$. Quali sono le ultime 3 cifre di $p(21)$?

2010

12. Sia $p(x)$ un polinomio di grado 2010. Qual è il massimo grado che può avere il polinomio $p(x-1) - 3p(x) + 3p(x+1) - p(x+2)$?
(**A**) È sempre il polinomio nullo (**B**) 0 (**C**) 1 (**D**) 2007 (**E**) 2010

2009

12. Francesco vuole scrivere il polinomio $x^{16} + x$ come prodotto di più polinomi a coefficienti interi, ognuno di grado almeno 1. Quanti fattori potrài¿$\frac{1}{2}$ ottenere al massimo?
(A) 1 **(B)** 2 **(C)** 3 **(D)** 4 **(E)** 5.

2005

7. Al variare del parametro reale a, qual è il numero massimo di soluzioni per l'equazione $||x-1|-4|+x=a$?
(A) 1 **(B)** 2 **(C)** 3 **(D)** 4 **(E)** può averne infinite.

2007

2. Un mercante ha 6 barili di capacità 15, 16, 18, 19, 20 e 31 litri. Cinque di essi sono pieni di vino e solo uno di essi è pieno di birra. Il mercante tiene per sé il barile di birra e vende tutti i barili di vino a due persone diverse, senza frazionarne il contenuto. Se uno dei due acquirenti ha comprato una quantità di vino esattamente doppia di quella acquistata dall'altro, quanti litri contiene il barile di birra?
(A) 16 **(B)** 18 **(C)** 19 **(D)** 20 **(E)** 31.

2007

4. Uno studente universitario ha superato un certo numero di esami, riportando la media di 23. Dopo aver superato un altro esame, la sua media scende a 22,25. Sapendo che il voto di ciascun esame è un numero intero compreso fra 18 e 30 inclusi, che voto ha riportato lo studente all'ultimo esame?
(A) 18 **(B)** 19 **(C)** 20 **(D)** 21 **(E)** 22.

2010

1. 16 coni stradali sono messi in linea retta a distanza di 10 metri uno dall'altro. Si vuole dipingere sulla strada una linea continua che vada dal primo all'ultimo cono. Sapendo che per dipingere 100 metri di linea continua sono necessari 6 litri di vernice, quanti litri di vernice sono necessari per completare questo lavoro?
(A) 8,4 **(B)** 9 **(C)** 9,6 **(D)** 10 **(E)** nessuna delle precedenti.

2005

1. Edoardo è andato in vacanza nella città di Altanbulat. Il suo aereo, all'andata, è partito da Milano alle 13:00 ed è arrivato ad Altanbulat alle 9:00 del giorno dopo (ora locale). Il volo di ritorno invece è partito da Altanbulat alle 9:00 ed è atterrato alle 15:00 dello stesso giorno a Milano (di nuovo, tutte le ore indicate sono secondo il fuso orario locale). Supponendo che i due viaggi abbiano avuto la stessa durata reale, quant'è la differenza di fuso orario tra l'Italia e Altanbulat?
(A) Meno di tre ore
(B) più di tre ore, ma meno di sei
(C) più di sei ore, ma meno di nove
(D) più di nove ore
(E) non è possibile determinarla.

2006

6. Si consideri il piano tassellato con triangoli equilateri, e sia F_0 uno qualsiasi di essi. Si costruisce una sequenza di figure sempre più grandi in questo modo: F_1 è il poligono che si ottiene aggiungendo ad F_0 la cornice formata da tutti i triangoli della tassellazione che toccano F_0 (per un lato o per un vertice), F_2 è il poligono che si ottiene aggiungendo ad F_1 la cornice formata dai triangoli che toccano F_1, e analogamente si costruiscono i successivi sino ad F_{10}. Da quanti triangoli della tassellazione è composto quest'ultimo poligono?
(A) 541 **(B)** 661 **(C)** 691 **(D)** 721 **(E)** 841.

2007

6. Dall'insieme $\{1, 2, \ldots, 100\}$ scegliamo 50 numeri distinti, la cui somma è 3000. Come minimo, quanti numeri pari abbiamo scelto?
(A) 2 **(B)** 3 **(C)** 4 **(D)** 5 **(E)** 6.

2008

2. Il *So-poko* è un nuovo gioco enigmistico che si gioca su una tabella quadrata di lato 203 caselle. Le caselle sono colorate di bianco e di nero a cornici concentriche alternate; la cornice più esterna è nera, mentre la casella centrale è bianca (vedi a fianco un esempio 7×7). Qual è la differenza tra il numero di caselle nere e il numero di caselle bianche presenti nello schema?
(A) 103 **(B)** 203 **(C)** 207 **(D)** 303 **(E)** 407.