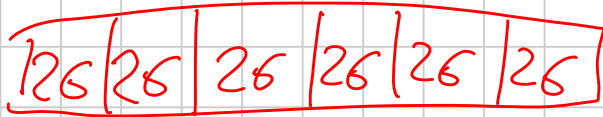


COMBINATORIA

Titolo nota

02/02/2015

QUANTE PASSWORD CON 6 LETTERE?
MINUSCOLE



B

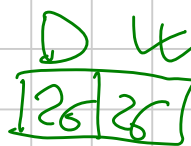
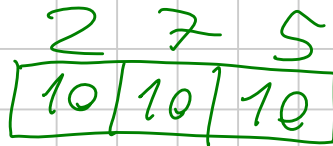
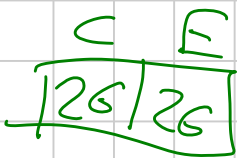
$$26 \cdot 26 \cdot \dots \cdot 26 = 26^6$$

PASSWORD CON 5 CARATTERI (26 LETTERE
10 CIFRE
(0-9))



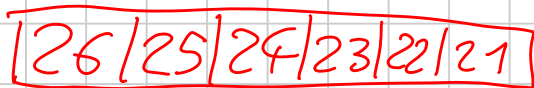
$$36^5$$

QUANTE TARGHE?



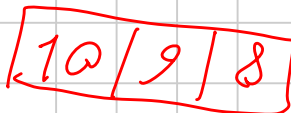
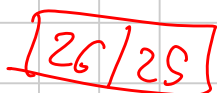
$$26^4 \cdot 10^3$$

PASSWORD DI 6 LETTERE TUTTE
DIVERSE



$$26 \cdot 25 \cdot 24 \cdot 23 \cdot 22 \cdot 21$$

TARGHE CON LETTERE DIVERSE
NUMERI DIVERSI

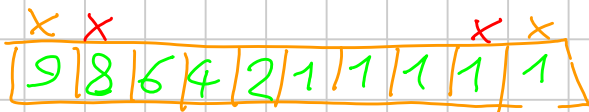


$$26 \cdot 25 \cdot 24 \cdot 23 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8$$

3. Quanti sono i numeri interi positivi di 10 cifre $abcdefghij$, con tutte le cifre diverse e che verificano le condizioni $a + j = b + i = c + h = d + g = e + f = 9$? [2011]

Nota: un numero non può iniziare con 0.

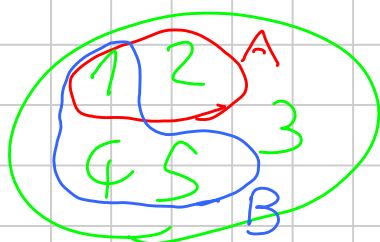
(A) 3456 (B) 3528 (C) 3645 (D) 3840 (E) 5040.



$$9 \cdot 8 \cdot 6 \cdot 4 \cdot 2 \cdot 1^5 = 3456$$

8. Quante sono le coppie ordinate (A, B) di sottoinsiemi di $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ tali che l'intersezione tra A e B abbia esattamente un elemento? [2013]

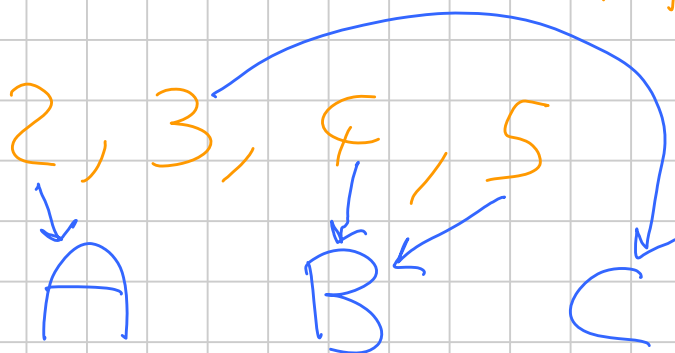
(A) 80 (B) 280 (C) 1280 (D) 751 (E) 405



$$(\{1, 2\}^A, \{1, 4, 5\}^B)$$

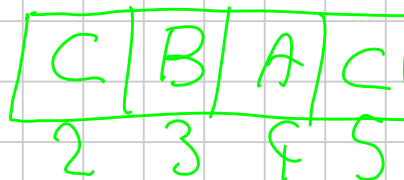
$$(\{1, 4, 5\}^A, \{1, 2\}^B)$$

SC EGLIAMO $A \cap B = \{1\}$



$$5 \cdot 3^4$$

$$3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$$



ANAGRAMMI

QUANTI ANAGRAMMI DI PARCO?

P|R|A|C|O

5|4|3|2|1

{A, C, P, O, R}

$$5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 5! = 120$$

!= FATTORIALE

$$3! = 3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$$

ANAGRAMMI DI PORCO

PORCO

P|O| | |

4 3 3

PC

2

P^AO₁R C O₂⁴

5! ANAGRAMMI

P O_x R C O_x

P O_x R C O_x

$$\frac{5!}{2} = 60$$

ANAGRAMMI DI

VELLE TRI

$$\begin{array}{l} V E_1 L_2 L_1 E_2 T R I \\ V E_2 L_2 L_1 E_1 T R I \end{array} = 8!$$

$$\frac{8!}{4}$$

ANAGRAMMI DI MAMMONE

$$M_1 A M_2 M_3 O N E \quad 7!$$

3M → ABBIAMO CONTATO
3! VOLTE L'ANAGRAMMA "MAMMONE"

ANAGRAMMI DI MAMMA

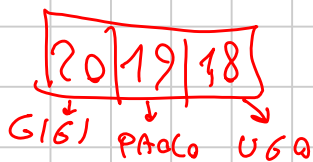
$$\frac{5!}{3! 2!}$$

N.RO DI ANAGRAMMI

$$\frac{N!}{N_1! N_2! N_3!} \quad \text{MAMMA} \quad \begin{matrix} N=5 \\ N_1=3 \\ N_2=2 \end{matrix}$$

SCUOLA, CLASSE DI 20
STUDENTI

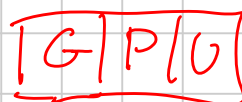
3 RAPPRESENTANTI



$$20 \cdot 19 \cdot 18$$

$$\frac{20 \cdot 19 \cdot 18}{3!}$$

$$3! = 6$$



$$3!$$

UGO PAOLA GIÒ

$$\frac{20 \cdot 19 \cdot 18}{3!} = \frac{20!}{17! \cdot 3!} = \binom{20}{3}$$

$$\binom{10}{2} = \frac{10!}{2! \cdot (10-2)!}$$

CLASSE DI 30, 4 INTERROGATI

$$\binom{30}{4} = \frac{30!}{4! \cdot 26!}$$

30 PERSONE, 4 INTERROGATI

20 MASCHI
10 FEMMINE

2 MASCHI
2 FEMMINE

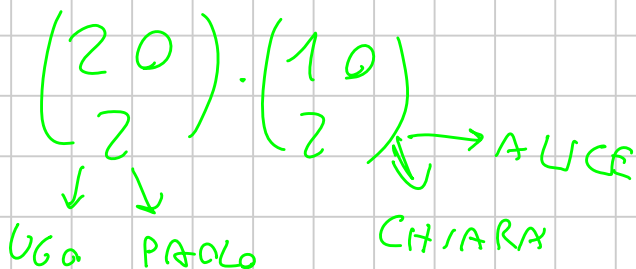
SCEGLIAMO 1 MASCHI

$$\binom{20}{2}$$

SCEGLIAMO LE

FEMMINE

$$\binom{10}{2}$$



$$\binom{20}{2} \cdot \binom{10}{2} = \frac{20!}{18!2!} \cdot \frac{10!}{8!2!} = \frac{20 \cdot 19 \cdot 18 \cdot 17 \cdot \dots \cdot 1}{18 \cdot 17 \cdot \dots \cdot 1 \cdot 2} \cdot \frac{10!}{8!2!}$$

$$= \frac{20 \cdot 19}{2} \cdot \frac{10 \cdot 9}{2} = 190 \cdot 45$$

QUANTE CINQUINE AL LOTTO?
90 NUMERI

$$\binom{90}{5} = \frac{90!}{85!5!}$$

$$= \frac{90 \cdot 89 \cdot 88 \cdot 87 \cdot 86}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}$$

N PERSONE, GRUPPO DI K
 $\binom{N}{K}$

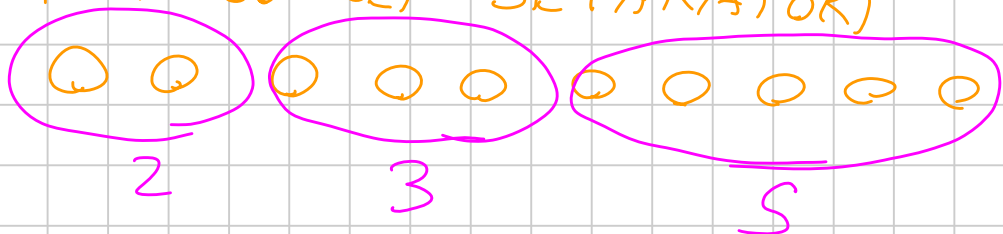
$$a + b + c = 10,$$

TERNE ORDINATE
 $a, b, c \geq 0$

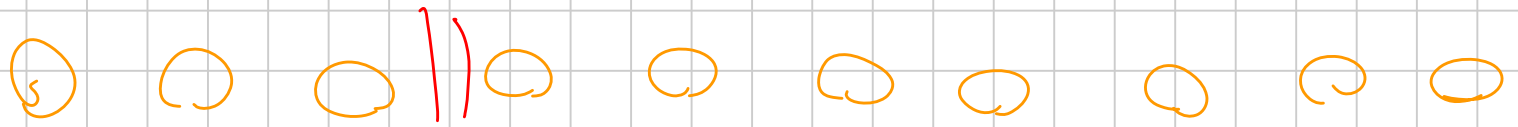
$$3 + 5 + 2 = 10$$

INTERI

METODO DEI SEPARATORI



~~6~~
~~7~~



$$3 + 0 + 7$$



AAAAAAAAAAAA BB
 10 + 0 + 0

ABAAAAA BAAAAA

$$1 + 4 + 5$$

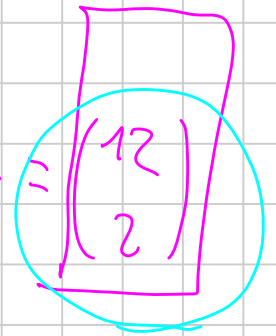
AAAAA BAAAAA BA
 6 + 5 + 1

12 LETTERS

10 A

2 B

$$\frac{12!}{10! 2!}$$



9. Cinque amici devono scendere da una seggiovia a cinque posti e possono farlo andando in tre direzioni differenti: a sinistra, dritto oppure a destra. Scendendo da una seggiovia è facile scontrarsi con i propri compagni di risalita. Per esempio: se io decido di andare dritto e qualcuno alla mia sinistra di andare a destra, ci scontriamo; lo stesso accade se io decido di andare a destra e qualcuno alla mia destra va dritto (o a sinistra); se invece qualcuno va nella mia stessa direzione non ci scontriamo; e così via. Se ciascuno dei cinque amici sceglie a caso dove andare, con probabilità $1/3$ per ciascuna direzione, qual è la probabilità che non ci siano scontri?

- (A) $\frac{25}{27}$ (B) $\frac{3}{5}$ (C) $\frac{40}{81}$ (D) $\frac{1}{3}$ (E) $\frac{7}{81}$ [2014]

$\left[\leftarrow \mid \uparrow \mid \rightarrow \mid \uparrow \mid \leftarrow \right]$

$\{ \leftarrow, \uparrow, \rightarrow \}$

$\left[\uparrow \mid \uparrow \mid \uparrow \mid \rightarrow \mid \rightarrow \right]$

$(\leftarrow) + (\uparrow) + (\rightarrow) = 5$

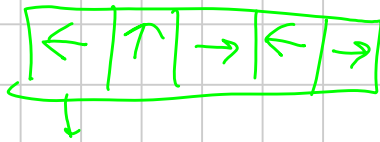
INTERI, ≥ 9

$\left(\frac{7}{2} \right)$

$$\text{PROBABILITA'} = \frac{\text{CASI FAVOREVOLI}}{\text{CASI TOTALI}}$$

$$\text{C.F.} = \binom{7}{2} = \frac{7 \cdot 6}{2} = 21$$

C.T.



$$3^5$$

$$\frac{21 = \text{C.F.}}{3^5 = \text{C.T.}}$$

PROBABILITA'

$$P = \frac{\text{C.F.}}{\text{C.T.}}$$

DADO A 6 FACCE

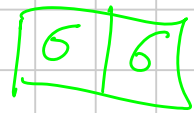
$$\text{CASI TOTALI} = 6 = |\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}|$$

$$P(\{3\}) = \frac{\text{C.F.}}{\text{C.T.}} = \frac{1}{6}$$

2 DADI A 6 FACCE

$$\{3, 3\}$$

$$\text{C.T.} = 6 \cdot 6 = 36$$



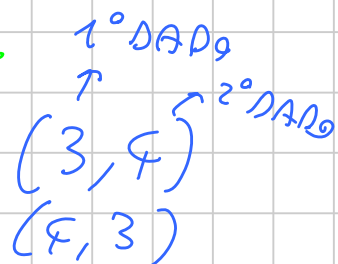
$$\text{C.F.} = 1$$

$$P = \frac{1}{36}$$

$P(\text{un } 3 \text{ e un } 4)$

$$\text{C.T.} = 36$$

$$\text{C.F.} = 2$$



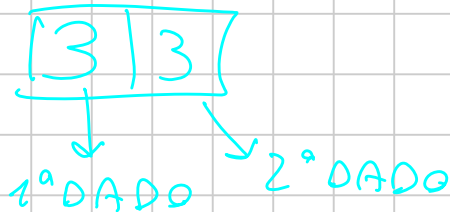
2 DADI

Le primo PARI, il secondo DISPARI

$$C.T. = 36$$

$$C.F. = 9$$

$$P = \frac{9}{36} = \frac{1}{4}$$



1 DADO

PROBA. CHE NON ESCE 6

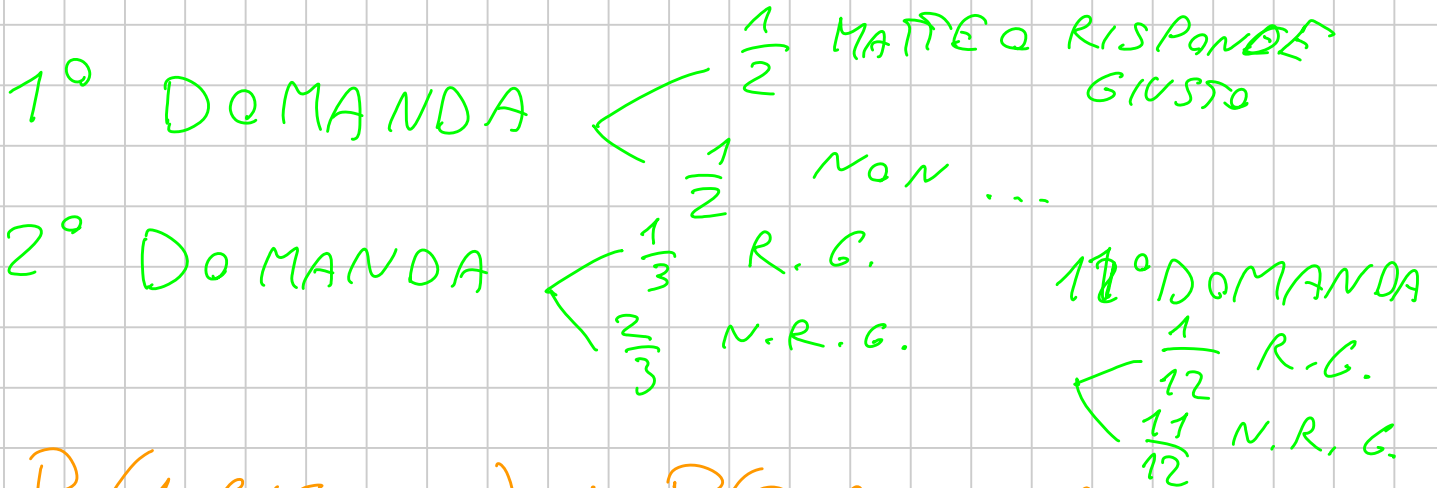
$$P'' = \frac{5}{6} = \frac{1}{6} - \frac{1}{6} \rightarrow P(\{6\})$$

Probabilità che esca un numero

$$\text{PROBA CHE } \boxed{\text{NON}} \text{ SUCCEDE} = 1 - \text{PROBA CHE SUCCEDA}$$

1. Matteo deve fare un test a crocette con 11 domande. Ciascuna domanda ha una sola risposta giusta. La prima domanda ha 2 possibili risposte (A e B), la seconda domanda ha 3 possibili risposte (A, B, C), e così via, fino all'undicesima domanda che ha 12 possibili risposte. Qual è la probabilità che facendo a caso il test Matteo dia almeno una risposta giusta?

- (A) $\frac{1}{12!}$ (B) $\frac{1}{144}$ (C) $\frac{1}{2}$ (D) $\frac{11}{12}$ (E) $\frac{121}{144}$ [2013]



$P(1 \text{ RISP. G.}) + P(2 \text{ RISP. G.}) + \dots$ \neq NUMERO
 METODO LUNGO P. DI SBAGLIARE LA 1°

$P = 1 - P\{ \text{SBAGLIARLE TUTTE} \} = 1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{10}{11} \cdot \frac{11}{12} = 1 - \frac{1}{12} = \frac{11}{12}$

\uparrow P. DI SB. LA 2°
 \uparrow P. DI SB. L'ULTIMA

5. Ad una fiera c'è un gioco molto invitante, perché si può partecipare gratis; chi vince guadagna un premio. Il premio pattuito per le prime quattro partite è una moneta, per la quinta è di due monete. Nicola ad ogni partita ha probabilità $\frac{2}{3}$ di vincere il premio e decide di giocare 5 partite. Qual è la probabilità che Nicola vinca almeno 4 monete? [2011]

PROBA DI VINCERE ESATTAMENTE 4 MONETE

COME FACCIAMO?



$P\{ \text{VINCO LE PRIME 4 E PERDO L'ULTIMA} \} = \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{2^4}{3^5}$

$P\{ \text{VINCERNE 2 TRA LE PRIME 4 E VINCERE L'ULTIMA} \} = \binom{4}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{6 \cdot 2^3}{3^5}$

SCELGO QUALI VINCO

$$P \left\{ \begin{array}{l} \text{VINCERE} \\ \text{4 MONETE} \end{array} \right\} = \frac{2^4}{3^5} + \frac{6 \cdot 2^3}{3^5}$$

$$P \left\{ \begin{array}{l} \text{VINCERE} \\ \text{5 MONETE} \end{array} \right\} = \binom{4}{3} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^3 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} = 4 \cdot \frac{2^4}{3^5}$$

↓
VINCERE 3 su 4
+ VINCERE L'ULTIMA

$$P \left\{ \begin{array}{l} \text{VINCERE} \\ \text{6 MONETE} \end{array} \right\} = \left(\frac{2}{3}\right)^5$$

11. Un pilota di aquiloni ha disputato quest'anno un buon campionato, arrivando a podio 16 volte. In ogni gara il primo classificato conquista 10 punti, il secondo 8 e il terzo 5, mentre dal quarto posto in poi non vengono assegnati punti. Con quanti punteggi diversi può aver concluso il campionato?

[2014]

(A) 153 (B) 80 (C) 78 (D) 75 (E) Nessuna delle precedenti.

(\) (\) (\) (\) (\)

11. Agnese e Bruno sfidano Viviana e Zenone a biliardino; le squadre sono molto equilibrate, per cui per ogni pallina giocata entrambe le squadre hanno probabilità $1/2$ di segnare un gol. Qual è la probabilità che si arrivi a 5 pari?

[2013]

(A) $\frac{1}{512}$ (B) $\frac{252}{1024}$ (C) $\frac{252}{512}$ (D) $\frac{169}{512}$ (E) $\frac{169}{1024}$