

# Combinatoria Pomeriggio PreIMO 19

Note Title

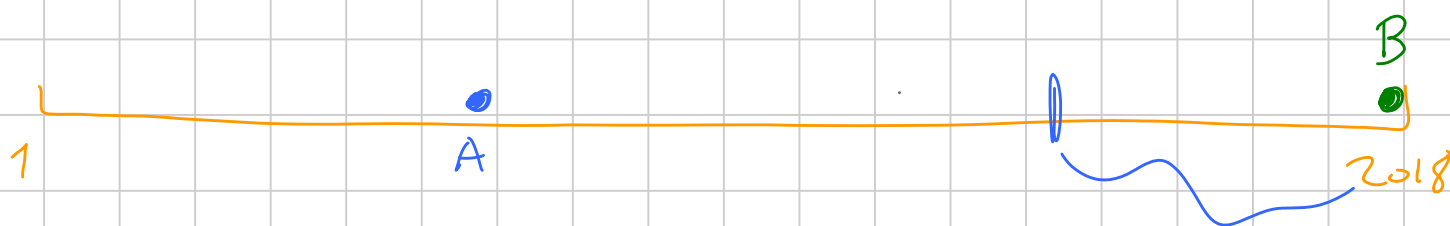
23/05/2019

C5

Alberto e Barbara scrivono numeri alla lavagna. Appena esiste una progressione aritmetica lunga 3 il gioco termina con la vittoria del giocatore che ha scritto l'ultimo numero

Soluzione

Oss: se la seconda mossa è troppo vicina alla prima alla terza mossa già vince Alberto



Ora qualsiasi mossa di A genera una differenza  $< 1009$

allora B completa facilmente la progr. aritmetica.

purché A non possa giocare esattamente a metà ma questo B lo può impedire giocando su una parità diversa

C6

Un grafo è unione di 2S-cricche  
e se si toglie un arco, non è più vero

Dimostrare che ogni arco  $\in$  una 2S-cricca chiusa  
(con almeno un vertice senza  
conoscenze fuori dalla cricca)

Soluzione

Euristica: tentare i casi 2-cricche  
3-cricche

Formulazione equivalente all'ipotesi:



$\forall$  2S-cricca che passa per  $v$   
2  $v$  appartiene

Scelgo una funzione  $f: E \rightarrow V$

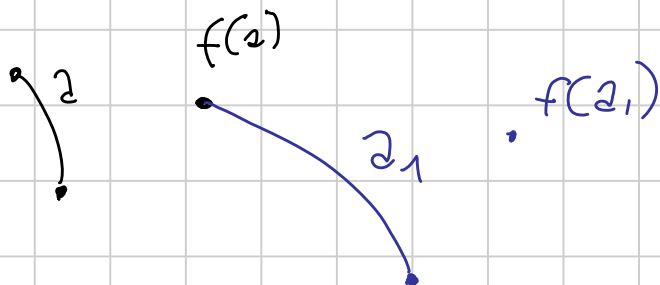
Oss: ogni arco appartiene ad una cricca

Step 1: Scelgo  $a \in E$  voglio dimostrare che sta  
in una cricca chiusa

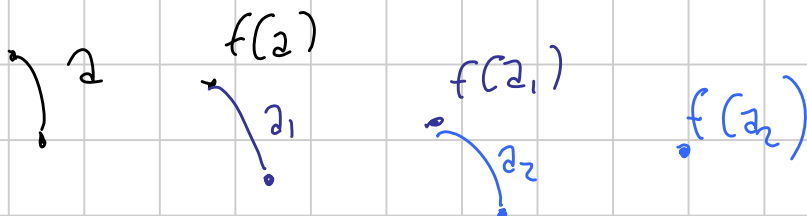
$\exists f(a) \in V$ ,

per caso  $f(a)$  è lui che non ha  
conoscenze fuori dalla cricca. In tal caso  
ho finito, altrimenti

Step 2



Step 3



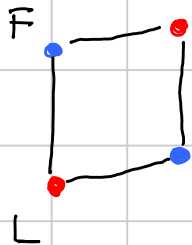
⋮

Step n

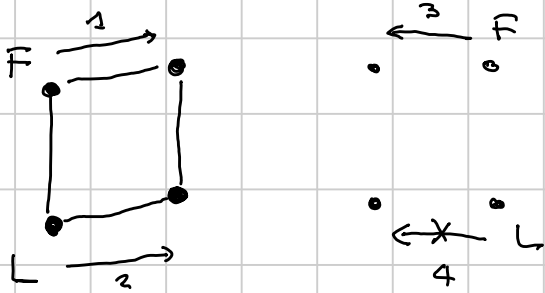
Capita che il vertice  $f(a_n)$  sta in cricche con  $a_n, a_{n-1}, \dots, a_1, a$ .  
e il nuovo vertice che ottengo ad ogni arco è nuovo, quindi:  $f(a_n)$  sta in cricche con  $n+1$  vertici, almeno

Non posso continuare più di 25, quindi:  
uno degli:  $f(a_n)$  non ha conoscenze fuori  
 $\Rightarrow$  l'arco  $a$  sta in una cricca con  $f(a_n)$   
 $\Rightarrow$  è chiusa.

C7 Grafo bipartito, con due cioccolatini che si muovono a turno. Non si possono ripetere le configurazioni già viste. Perde chi non può muovere



Il giocatore F può essere limitato dalla presenza dell'altro ma non viceversa



Se F e L sono lontani, L tenderà a perdere

Se L adotta come strategia di fare avanti e indietro su uno stesso arco, lo fa anche F e vince

Il motivo è che se si ripete la posizione iniziale, allora è colpa di L

Ci piacerebbe molto far funzionare "andare avanti e indietro"

Caso semplice: se F e L partono adiacenti

All'inizio F si leva dalle scatole, e L va nella sua casella e d'ora in poi fa avanti e indietro.

Prima o poi la posizione iniziale si ripete. Chi è stato?

Se è stato L, allora prima era nell'altra casella, e visto che non si sta ripetendo la posizione iniziale, allora anche la precedente si è ripetuta, e quindi F aveva già perso.

E se sono lontani?

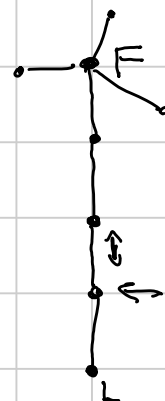
L farà avanti e indietro su un lato che lo avvicina a F  
L'unica speranza di F è di far ripetere la posizione iniziale

A un certo punto F torna nella sua pos.

iniziale. Allora L fa avanti e indietro

su un lato che lo avvicina ancora

Per induzione, mi avvicinerò e L occuperà la pos. iniziale di F e vince.

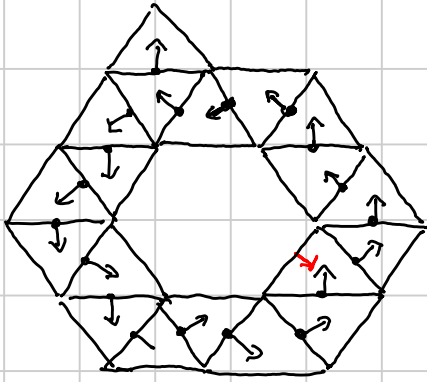


C8 Un icosaedro con una formica che gira su ogni faccia in senso antiorario. Non possono incontrarsi su un lato e in 5 non possono incontrarsi su un vertice.

Possono muovere per sempre?

Il primo passo è capire che non è un problema di fisica ma di combinatoria

- A ogni istante ogni formica sta su un lato. Una mossa consiste nel muovere una formica in senso antiorario
- Due formiche non possono stare nello stesso lato
- Voglio fare infinite mosse con ciascuna formica



Chiudiamo un anello come in figura. Orario is the new  
 antiorario. Ogni triangolo ha un lato libero, o fuori o dentro  
 Una prima o poi si muove, e deve appartenere a un triangolo  
 che guarda verso l'interno

Il nuovo anello entra nella regione "interna"

In ogni caso la nuova regione sarà più piccola

Alla fine raggiungerò il caso in cui ho una regione interna  
 vuota, cioè il pentagono sotto

