

C1 - BASIC

Luigi

Titolo nota

04/09/2012

COMBINATORIA =

= "CONTARE"

Esempio 1: ~~Fattori~~ Divisori di un n .

$$n = p_1^{\alpha_1} \cdot p_2^{\alpha_2} \cdot \dots \cdot p_k^{\alpha_k}$$

$$\text{div. di } n: p_1^{\beta_1} \cdot p_2^{\beta_2} \cdot \dots \cdot p_k^{\beta_k}$$

$$\underbrace{(\alpha_1 + 1) \cdot (\alpha_2 + 1) \cdot \dots \cdot (\alpha_k + 1)}$$

$$|A| = n, \quad |B| = m$$

$$|A \times B| = n \cdot m$$

$$f(a) = b \wedge f(a) = c \implies b = c$$

$$A = \{1, 2, 3, 4, \dots, 10\}$$

$$B = \{a, b, c, d\}$$

$$\underbrace{4 \cdot 4 \cdot \dots \cdot 4}_{10} = 4^{10} = |B|^{|A|}$$

Es. QUANTE SONO LE FUNZ "INIETTIVE"

da A a B ?

(a, a, b, c, \dots)

$|A| > |B|$ NESSUNA!

$|A| \leq |B|$

$|A| = \{1, 2, 3\}$

1 \leq 4 sc.

$|B| = \{a, b, c, d\}$

2 \leq 3 sc.

3 \leq 2 sc.

$|A| = n$

$|B| = m$ $n \leq m$

$m \cdot (m-1) \cdot (m-2) \cdot \dots \cdot (m-n+1)$

FATTORIALE!

$n! = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \dots \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$

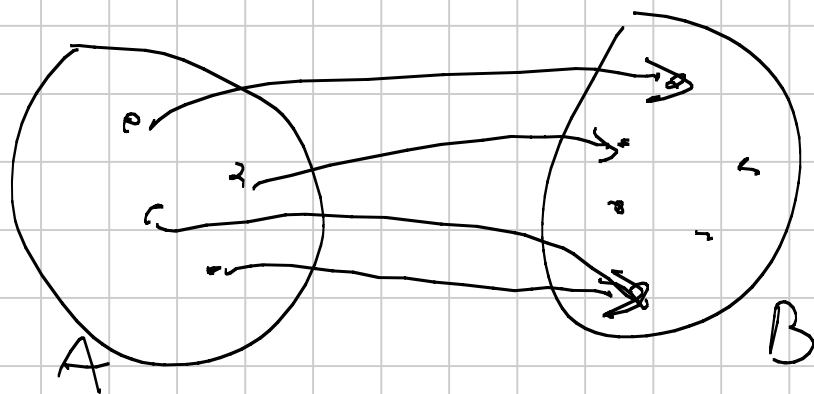
$2! = 2$

$4! = 24$

$3! = 6$

$5! = 120$

$$\begin{aligned}
 & m \cdot (m-1) \cdot \dots \cdot (m-n+1) = \\
 & = \frac{m \cdot (m-1) \cdot \dots \cdot (m-n+1) \cdot (m-n) \cdot \dots \cdot 1}{(m-n) \cdot \dots \cdot 1} \\
 & = \frac{m!}{(m-n)!}
 \end{aligned}$$



Una funz. da A a B può essere

BIIETTIVA SE E SOLO SE $|A| = |B|$

Se $|A| = |B| = n$, le funz. biject.

da A a B sono $n!$

N.B.: $0! = 1$

Es. In una classe di 30 persone

devo SELEGGERE 3 stud. da mandare in qt.

In quanti modi posso FARLO?

$$\binom{30}{3} = \frac{30 \cdot 29 \cdot 28}{3 \cdot 2 \cdot 1} = \frac{30!}{3! \cdot 27!}$$

Def. COEFFICIENTE BINOMIALE

$\binom{n}{k}$ = "i modi di scegliere k oggetti da un insieme di n el."

$$= \frac{n!}{k!(n-k)!} \quad \underline{0 \leq k \leq n}$$

• $\binom{n}{k}$ è SEMPRE INTERO

• RICORRENZA:

$$\binom{n+1}{k+1} = \binom{n}{k} + \binom{n}{k+1}$$

• SIMMETRIA:

$$\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$$

• BINOMIO DI NEWTON

$$(a+b)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} a^k b^{n-k}$$

"Dim"

$$\underbrace{(a+b) \cdot (a+b) \cdot \dots \cdot (a+b)}_n$$

Scelgo k "a"

...

□

$$(1+1)^n = 2^n$$

$$\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} \cdot \cancel{1^k} \cdot \cancel{1^{n-k}}$$

Es. QUANTI SONO I SOTTOINSIEMI

DI UN INSIEME A con $|A|=n$?

$$\binom{n}{0} = 1$$

$$\binom{n}{1} = n$$

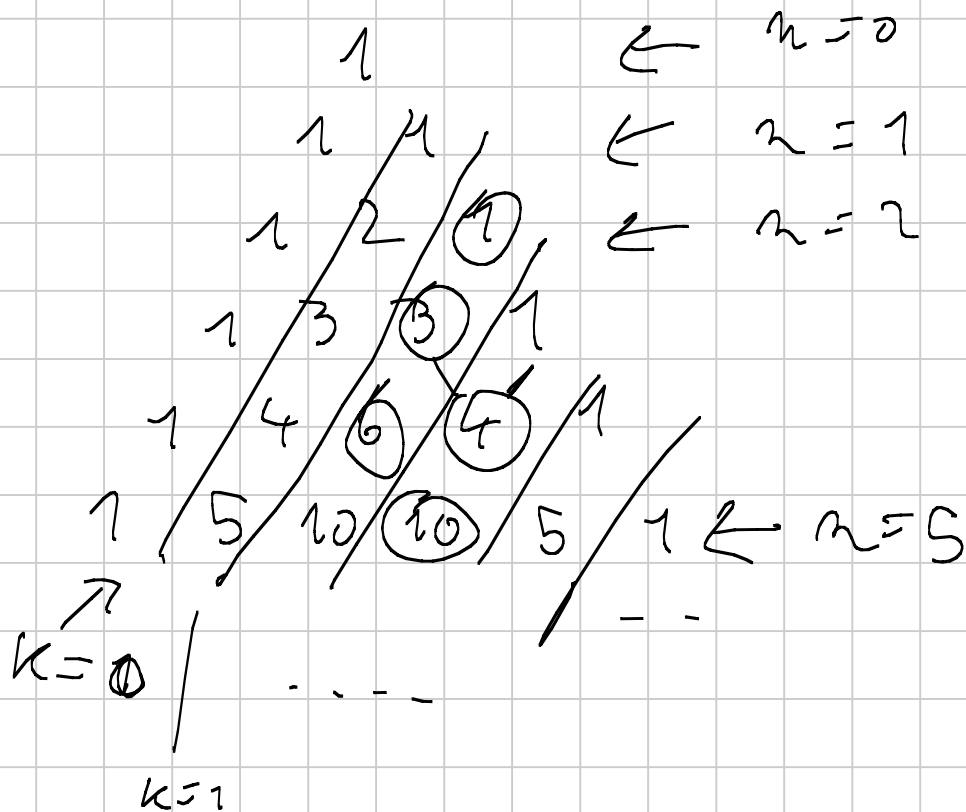
..

$$\binom{n}{n} = 1$$

$$\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} = 2^n$$

$$\underline{|P(A)| = 2^{|A|}}$$

IL TRIANGOLO DI TARTAGLIA (PASCAL)

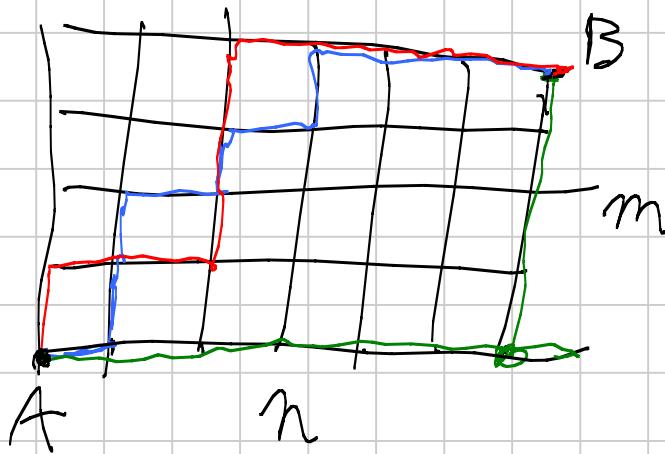


$$\sum_{n=k}^{k+t} \binom{n}{k} = \binom{k+t+1}{k+1}$$

$$\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} \cdot (-1)^k = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} (-1)^k (1)^{n-k}$$

$$(-1 + 1)^n = 0^n = 0$$

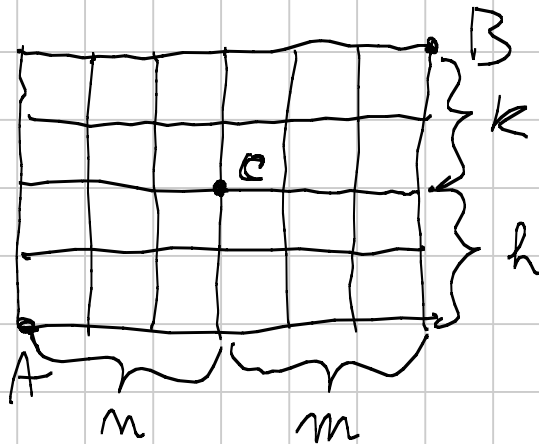
PERCORSI SU UN RETICOLO



QUANTI PERC.

Da A a B?

$$\binom{n+m}{n} = \binom{n+m}{m}$$



QUANTI SONO I PERC.

Da A a B per C?

$$\binom{n+h}{n} \cdot \binom{m+k}{m}$$

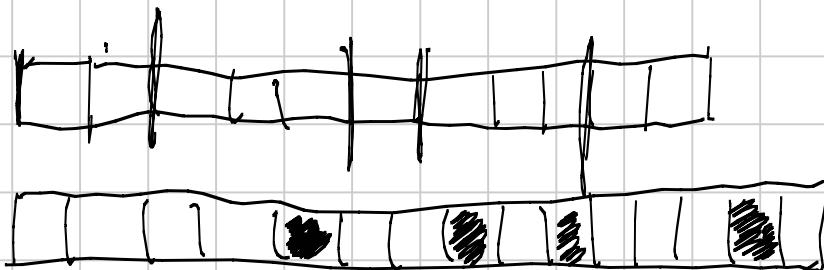
PARTIZIONI DI UN INTERO

$$n \in \mathbb{N}$$

In quanti modi posso trovare (a_1, \dots, a_k) t.c.

$$a_1 + a_2 + \dots + a_k = n$$

$$a_1, \dots, a_k \geq 0$$



$$\binom{n+k-1}{k-1}$$



Pb. Se volessi $a_i \geq 1$

$$\binom{n+k-1-k}{k-1} = \binom{n-1}{k-1}$$

Se invece $a_i \geq 2$

$$\binom{n+k-1-2k}{k-1} = \binom{n-k-1}{k-1}$$

ANAGRAMMI

- Q.S. GLI ANAGR. DI "CIAO"?

FAILE! 4!

- Q.S. GLI ANAGR. DI "ABRACADABRA"?

COEFF. MULTINOMIALE

$$\frac{11!}{5! \cdot 2! \cdot 2!} = \binom{11}{5 \ 2 \ 2}$$

$$\binom{a}{b} = \binom{a}{a-b}$$

$$\binom{n}{k_1, \dots, k_m} = \text{Partiz. di } n \text{ in } k_i\text{-insiemi}$$

$$\sum_i k_i = n$$

11 GIOCATORI

1 P, ~~2~~ D, 4 C, 2 A ?

$$\binom{11}{1} \cdot \binom{10}{4} \cdot \binom{6}{4} \cdot \binom{2}{2} = \binom{11}{1 \ 4 \ 4 \ 2}$$

ES. Un Gioc. non può andare in PORTA.

QUANTE FORMAZIONI ?