PROBLEMA 1

- C'è un campo rettangolare suddiviso da 4 tagli verticali e 4 tagli orizz. nel seguente modo.

	b	e	g	h
f		20	14	
a	12			?
c	8		15	
d		25		21

$ah = ?$

$dh = 21 \qquad d = \dfrac{21}{h}$

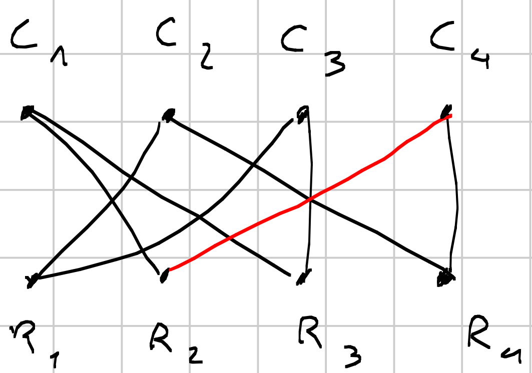
$e = \dfrac{25}{21} h$

$f = \dfrac{20 \cdot 21}{25\, h} \qquad g = \dfrac{14 \cdot 25}{20 \cdot 21} h$

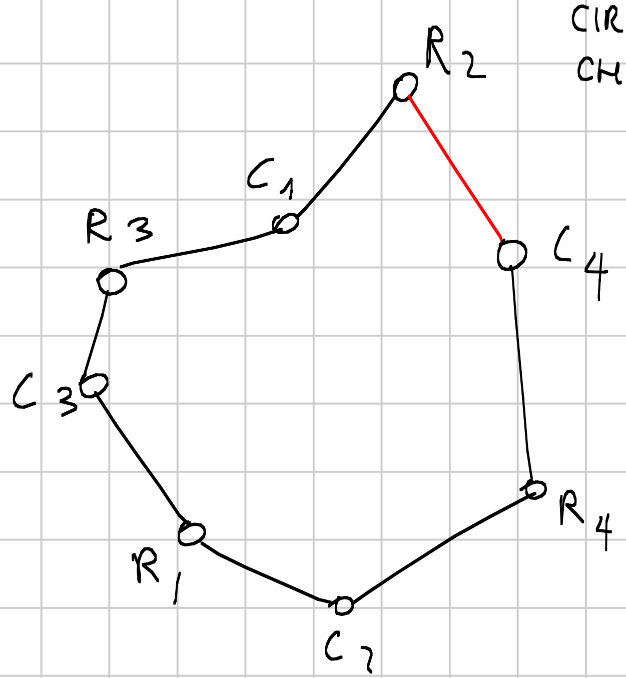
$c = \dfrac{15 \cdot 20 \cdot 21}{14 \cdot 25 \cdot h} \qquad b = \dfrac{8 \cdot 14 \cdot 25\, h}{15 \cdot 20 \cdot 21}$

$$\boxed{ah} = \frac{12 \cdot 15 \cdot 20 \cdot 21}{8 \cdot 14 \cdot 25} = 27$$

GRAFO



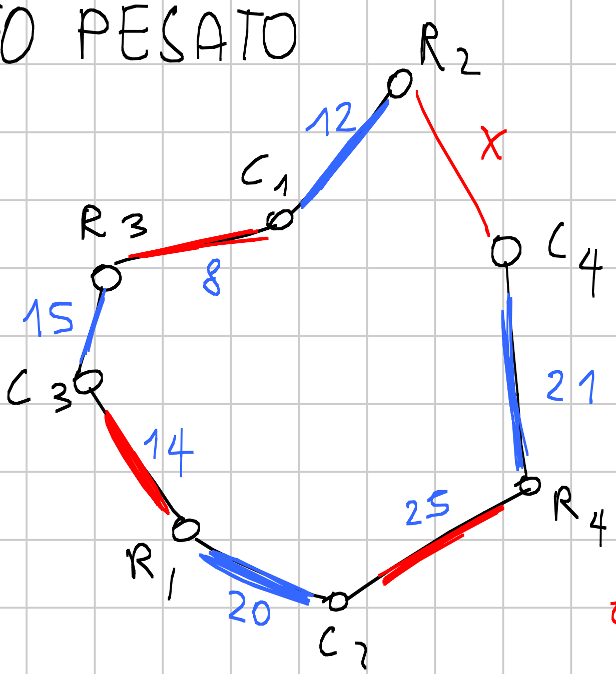
CIRCUITO CHIUSO



Se ad ogni vertice viene assegnato un valore si ha un GRAFO PESATO

GRAFO PESATO

$ah = x = R_2 \cdot C_4$



- Come posso calcolare il prodotto 12?

$R_2 \cdot C_1$

$8 \cdot 14 \cdot 25 \cdot x = 12 \cdot 15 \cdot 20 \cdot 21$

PROBLEMA 2

(1) $5x - 7y \geq 24$

(2) $2x + y \geq 21$

- trovare il minimo di $20x - 9y$

$2 \cdot (1) \qquad 10x - 14y \geq 48$

$5 \cdot (2) \qquad 10x + 5y \geq 105$

$(1) + (2) \qquad 20x - 9y \geq 153$

SPIEGAZIONE ANALITICA

$14y \leq 10x - 48 \qquad y \leq \frac{5}{7}x - \frac{24}{7}$

IL VALORE MINIMO

$\Downarrow$

$$\frac{5}{7}x - \frac{24}{7} = 21 - 2x \qquad \frac{5+14}{7}x = \frac{21 \cdot 7 + 24}{7}$$

$$19x = 147 + 24 \qquad x = \frac{171}{19} = 9$$

$$x = 9 \implies y = 3$$

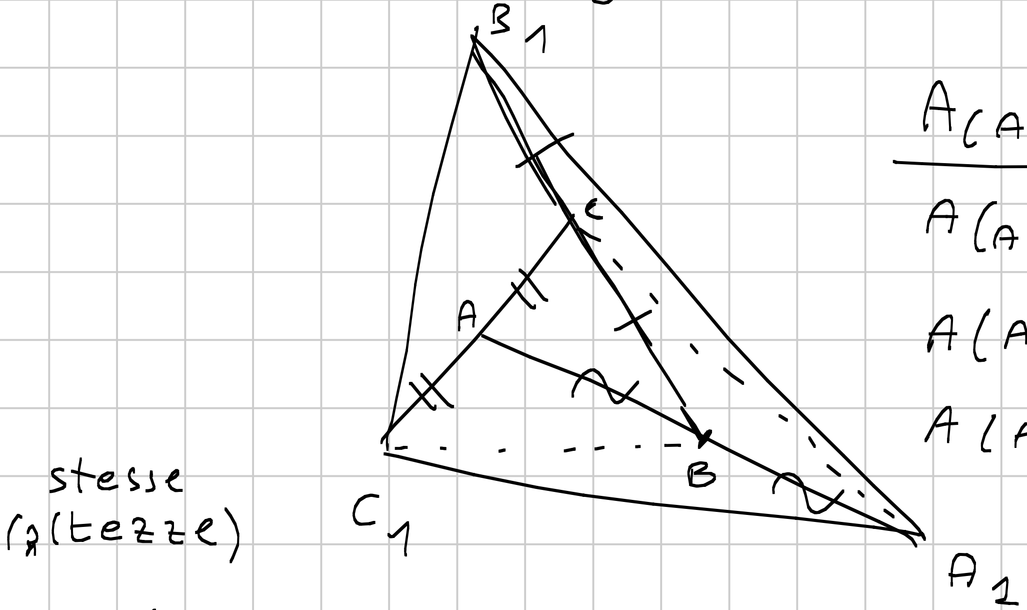
$\lambda > 0$, $\mu > 0$

$$\lambda \cdot (1) + \mu (2) \implies 20x - 9y$$

$$\begin{cases} 5\lambda + 2\mu = 20 \\ -7\lambda + \mu = -9 \end{cases}$$

PROBLEMA 3

Abbiamo un generico triangolo $\overset{\triangle}{ABC}$



$$\frac{A_{(ABC)}}{A(A_1B_1C_1)} = ?$$

$A(ABC) = A(ABC_7)$

$A(ABC_7) = A(A_7BC_7)$

$A_{(CC_1B)} = 2A(ABC) = A(B_7CC_1)$

$A_{(ABC)} = A_{(BA_7C)} =$
$= A(CB_7A_7)$

$$\frac{A(ABC)}{A(A_1B_1C_1)} = \frac{1}{7}$$

PROBLEMA 4

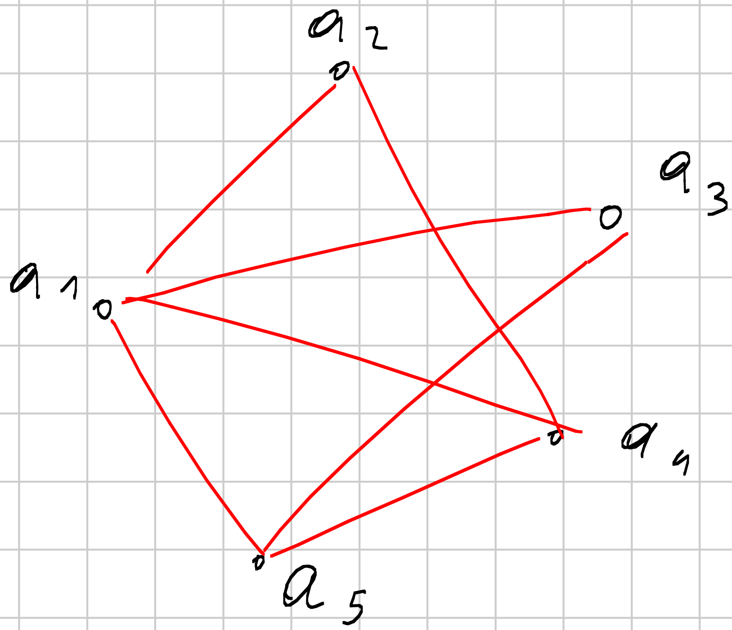
$a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 \in \mathbb{N}$

Si sa che ci sono $\binom{5}{2} = 10$ coppie di numeri.

- Ci sono almeno 7 coppie di numeri, che sommati danno un multipo di 3.
- Dimostrare che ogni numero è multiplo di 3

→ Se, per esempio avessimo $a_1 \equiv a_2 \equiv 1 \pmod 3$ e $a_3 \equiv a_4 \equiv a_5 \equiv 2 \pmod 3$ al massimo riusciremmo ad avere 6 multipli di 3. Non 7

Disegnamo un grafo per rappresentare la situazione



collegniamo due nodi se la somma dei due numeri è un multiplo di 3

La somma dei gradi è 14

1) Per PIGEON HOLE ci sono almeno 2 numeri che compaiono in due coppie

$$3 \mid a_1 + a_2 \quad e \quad 3 \mid a_1 + a_3 \implies a_2 \equiv a_3 \ (3)$$