RELAZIONE N1

Titolo nota 23/01/2008

$$\left(n, 2\left(2^{1386}-1\right)\right) = 1$$

$$\left(a_1, a_2, \ldots, a_{\phi(n)}\right) \text{ sist. fond.}$$

Th: $n \mid a_1^{1386} + a_2^{1386} + \ldots a_{\phi(n)}^{1386}$

$p^k \| n \quad \left(b_1, b_2 \ldots \overline{b_{\phi(p^k)}}\right)$

$$\begin{cases} x \equiv b_i \mod p^k \\ x \equiv \ ? \mod \dfrac{m}{p^k} \end{cases}$$

abbiamo $\phi\left(\dfrac{m}{p^k}\right)$ POSSIBILITÀ

$$\boxed{\sum b_i^{1386} \cdot \phi\left(\frac{m}{p^k}\right)} \equiv \sum a_i^{1386} \mod p^k$$

$$\left(g^1, g^2, \dots, g^{\phi(p^k)}\right)$$

$$\sum^{\phi(p^k)} b_i^{1386} \equiv \sum^{\phi(p^k)} \underbrace{\left(g^{1386}\right)^i}_{} \mod p^k$$

$$8^{1386} \cdot \frac{\left(8^{1386}\right)^{(p^k)} - 1}{8^{1386} - 1} \equiv 0 \mod p^k$$

$$p - 1 \mid 1386$$

$$2^{1386} \equiv 1 \mod p$$

$$p \mid 2^{1386} - 1$$

$\left(a_1, a_2, \dots a_{\phi(n)}\right)$ sist. lind.

$$\boxed{\left(2a_1, 2a_2, \dots, 2a_{\phi(n)}\right)}$$ sist. lind.

$$2a_i \equiv 2a_j \mod n$$

$$a_i \equiv a_j \mod n$$

$$a_1^{1386} + a_2^{1386} + \dots + a_{\phi(n)}^{1386} \equiv (2a_1)^{1386} + \dots + \left(2a_{\phi(n)}\right)^{1386}$$

$$n \mid \sum (2a_i)^{1386} - \sum a_i^{1386} = 2^{1386} \sum a_i^{1386} - \sum a_i^{1386}$$

$$n \mid (2^{1386}-1) - \sum 2^{1386}_i$$

$$\underline{\quad\quad\quad} \circ \underline{\quad\quad\quad} \circ \underline{\quad\quad\quad}$$

T. N. 2

interi positivi n tali che:

$$n \mid (2^{n-1}+1)$$

n dispari

$$2^{n-1} \equiv -1 \mod (n)$$

$$n = p_1^{\alpha_1} \cdot p_2^{\alpha_2} \cdot \ldots \cdot p_h^{\alpha_h}$$

TEOREMA CINESE

$$\begin{cases} 2^{n-1} \equiv -1 & (p_1) \\ 2^{n-1} \equiv -1 & (p_2) \\ \vdots & \\ 2^{n-1} \equiv -1 & (p_k) \end{cases}$$

$$\mathrm{ord}_{p_i} 2 \nmid n-1 \qquad \mathrm{ord}_{p_i} 2 \mid 2n-2$$

$$\mathrm{ord}_{p_i} 2 \mid p_i - 1$$

2^{ω} massima potenza di 2 che divide $n-1$

$$2^{\omega} \mid \mathrm{ord}_{p_i} 2 \qquad 2^{\omega+1} \mid \mathrm{ord}_{p_i} 2$$

$$p_i \equiv 1 \mod 2^{w+1}$$

× teorema cinese del resto

$$n \equiv 1 \quad (2^{w+1})$$

$$n - 1 \equiv 0 \quad (2^{w+1})$$

UNICA SOLUZIONE : $n \equiv 1$

N 3 $\quad X \quad |X| = 2008$

$AM(Y) \quad Y \subseteq X$

sono potenze perfette

$a_1, a_2 ---- a_n$

esiste r t.c.

$ra_1, ra_2 --- ra_n$ sono pot. perfette

esponenti

esistono per il teo cinese

$\alpha_1 \equiv 0 (p_n)$ $\quad \alpha_2 \equiv 0 (p_n)$ $\quad \alpha_n \equiv -1 (p_n)$

$\vdots \quad \vdots \quad \alpha_i \equiv -1 (p_i) \quad \vdots$

del resto $\quad \alpha_1 \equiv 0\ (p_2) \quad \alpha_2 \equiv -1\ (p_2)$

$$r = a_1^{\alpha_1 \equiv -1\ (p_1)} \cdot a_2^{\alpha_2 \equiv 0\ (p_1)} \cdot \ldots \cdot a_n^{\alpha_n \equiv 0\ (p_1)}$$

$p_1, \ldots p_n$ primi distinti

$r a_1$ l'esponente di a_1 aumenta di 1
e quindi $r a_1$ è una potenza p_1-esima
perfetta

$x_i \in X \qquad x_i = i \cdot 2008! \cdot R$

$$2008!\, R \leq AM(Y \subseteq X) \leq 2008 \cdot 2008!\, R$$

ed è sempre multipla di R

$$X_i = i^{2008!} \cdot 2008!^{2008!} R_G$$

$$2008!^{2008!} R_G \leq AM(Y \subseteq X) \leq 2008^{2008!} \cdot 2008!^{2008!} \cdot R_G$$

$$R_G = \left(2008!^{2008!}\right)^{\alpha_1} \cdot 2008!\left(2008!^{-1} (\mathrm{mod} \prod p)\right) \quad \text{-- -- ---}$$

primi che servono per il lemma sono > 2008

$$X = \{x_1 \ldots x_{2008}\}$$

possibili medie

$$m_1, m_2 \text{ ------ } m_{2^{2008}-1}$$

e con il lemma troviamo r t.c.

$$m_1 \cdot r, \quad m_2 r, \text{ ----- } m_{2^{2008}-1} r$$

siano potenze perfette

per le medie geometriche

Scegliamo x_i multipli di $2008!$

e potenze $2008!$ - esime

———— o ———— o ————

FINE COL LEMMA

$x_1, x_2 \dots x_{2008}$ potenze perfette e multipli di $2008!$

$Y \subseteq X$ t.c. $AM(Y)$ non è potenza perfetta

$$n = |Y| \quad Y = \{y_1 \dots y_n\}$$

$$y_1 + \dots + y_n = bn$$

m come mcm degli esponenti delle potenze perfette medie dei sottoinsiemi sistemati moltiplichiamo tutti gli elementi di X per b^m

$$b^m(y_1 + \dots y_n) = b^m \cdot b \cdot n = b^{m+1} \cdot n$$

$$\frac{b^m y_1 + \dots + b^m y_n}{n} = b^{m+1}$$

---

per le GM

x_i multipli di $2008!$, potenze $2008!$-esim

per le AM come prima

$Y \subseteq X$, $|Y| = n$, $Y = \{y_1 \dots y_n\}$

t.c. $GM(Y)$ non è una potenza

$$y_1 y_2 \dots y_n = b^n$$

m è mcm tra esponenti di AM potenze perfette e di GM potenze perfette "sistemate"

$$b^m y_1 b^m y_2 \ldots = (b^m)^n b^n \to \sqrt{y_1 b^n \ldots} = b^{m+1}$$

---

c)

$$\exists Y \text{ t.c. } AM(Y) \notin \mathbb{Z}$$

Gli elementi di X non danno lo stesso resto divisi per un n (ad es. il 3 più piccolo elemento di X)

$$h(n-1)+\ell \equiv \ell - h \pmod{n} \not\equiv 0\,(n)$$