RELAZIONE C2

$X \quad n \qquad X/\{x_i\} \to A \to sum$, $\quad B \to sum$ ($sum_A = sum_B$)

a) interi $\qquad$ elementi distinti

b) reali

1) n dispari

$n = 1$ NO

$n = 3$ $\quad \{a, b, c\} \quad X/\{a\} \quad \{b\} \cup \{c\} \Rightarrow b = c$

$n = 5 \qquad X = \{-3, -1, +1, +3, +5\}$

$-3 + 3 = 1 - 1 \qquad 5 - 3 - 1 = 1$

$1 + 3 = 5 - 1$

$5 - 3 = 3 - 1 \qquad 5 + 1 - 3 = 3$

n dispari ≥ 5

$X \to n \qquad X' \to n + 2 \qquad X' = X \cup \{S, -S\}$

S è la somma dei valori assoluti degli el. di X

escludendo $-S$, possiamo scegliere i segni

della somma $\pm x_1 \pm x_2 \ldots \pm x_n - S = 0$

② n pari

a) Oss 1: moltiplicando el di X $q \neq 0$

Moltiplicare per $\frac{1}{2^{\alpha}}$ $\Rightarrow \exists\, d$ dispari wlog $\in X$

$X / \{d\}$ $\begin{cases} A = S \\ B = S \end{cases}$ $\Rightarrow$ somma di $X \equiv 1\ (2)$

se $\exists\ p$ pari $\in X$ somma $\equiv 0\ (2) \Rightarrow$ ✗

$\Rightarrow$ tutti dispari $\Rightarrow$ somma $\equiv 1 + \dots + 1 = n \equiv 1\ (2)$

b) ①

$$\begin{cases} \pm x_2 \pm \dots \pm x_n = 0 \\ \pm x_1 \pm x_3 \dots \pm x_n = 0 \\ \end{cases}$$

coefficienti razionali

$(0, 0, 0, \dots, 0)$

$\alpha, \beta, \gamma, \dots$ $\quad x_i = a_i \alpha + b_i \beta \dots$

$\Rightarrow$ troviamo una soluzione razionale

X $\longrightarrow$ mcm frazioni $\Rightarrow X'$ interi

$\Rightarrow$ reali $n \geq 5$ dispari

② $\mathbb{R} \to$ Hamel $\to \mathbb{Q} \to \mathbb{Z}$

~~*~~ B di Hamel

$x_k \in X \qquad x_k = \sum_{i=1}^{m} a_{i,k} \cdot r_i \qquad K \quad n \cdot k$

$r_1 \qquad X = \{ a_{i,k} \}$

A , B

$$\sum_{x_i \in A} x = \sum_{x_i \in A} a_{ik} \cdot r_i = \sum_{r_i} \sum_{x_i \in A} a_{i,k}$$

3 $R \to$ Hamel $\to$ Base $2b+1 \to \mathbb{Z}$

$x_k \to (a_{ik}) \to \xi$ intero (interi)

$(2b+1)\, z \in \mathbb{Z} \qquad (\dots) \in [-b; b]$

4

$R \to$ parte intera

parte razionale

Teorema di Dirichlet

$i \quad \exists\, k \; : \; 0 < k \leq n+1 \quad \{ki\} < \frac{1}{n}$

$p = a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \cdot \dots a_n$ con $a_i < \left(\frac{1}{b^{2^{k-i+1}}}\right)^{-1}$

$\{pX\} < \frac{1}{n}$

interi + reali $\qquad$ n pari

$$\begin{bmatrix} 0 & \pm 1 & & & & \\ & 0 & & & & \\ & & 0 & & & \\ & & & 0 & & \\ & & & & 0 & \\ & & & & & 0 \end{bmatrix} \leftarrow \text{mod} \qquad \begin{bmatrix} 0 & & 1 & & & \\ & 0 & & & & \\ & & 0 & & 1 & \\ & & & 0 & & \\ 1 & & & & 0 & \\ & 1 & & & & \end{bmatrix} \leftarrow \begin{array}{l} \det = 0 \\ \det \equiv 1\ (2) \end{array}$$

$$\det A = \sum_{\sigma} \prod_{i=1}^{n} (-1)^{\sigma} a_{i,\sigma(i)} =$$

$$= \sum \binom{n}{i} \cdot (n-i)! = \sum \frac{n!}{i!} = \frac{n!}{n!} \equiv 1\ (2)$$