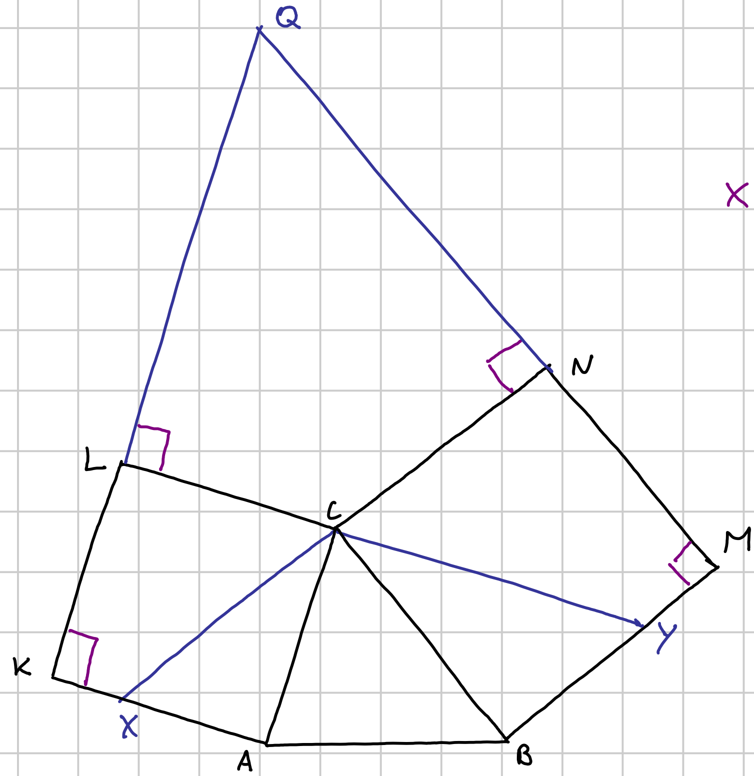
WC14 - G1

Titolo nota 30/01/2014

1

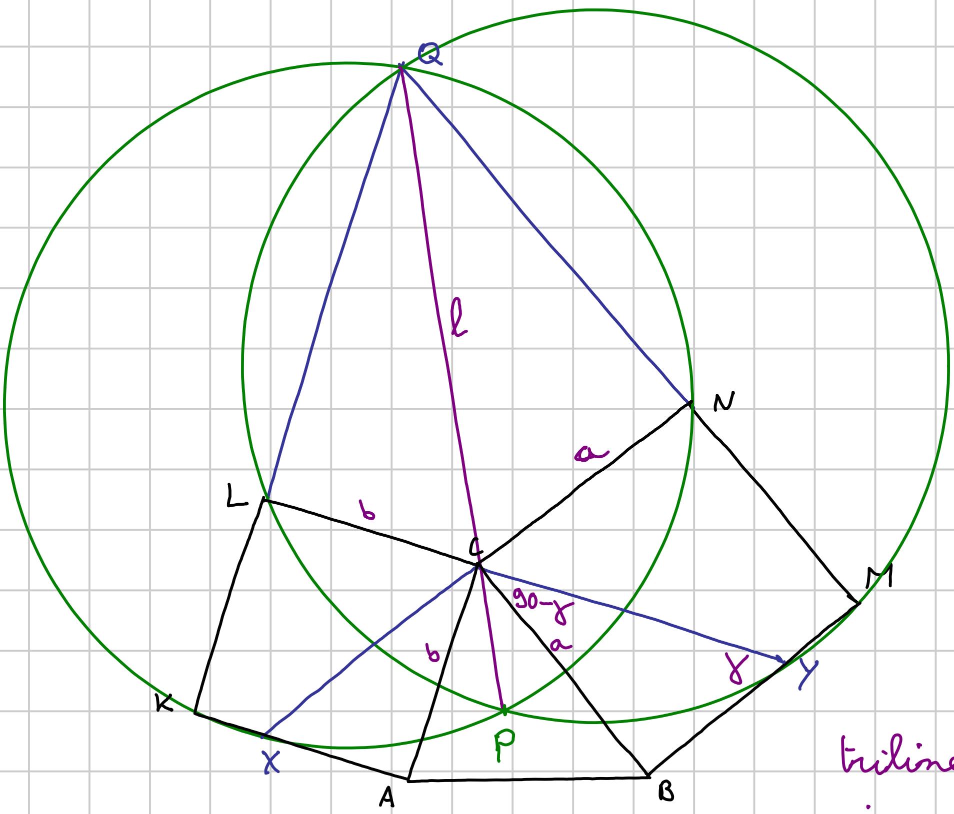


$X\hat{K}Q = X\hat{N}Q = 90°$

$\Updownarrow$

$KXNQ$ ciclico

analog.
$YMQL$ ciclico



punto A $\to$ PCQ allineati

$\Updownarrow$

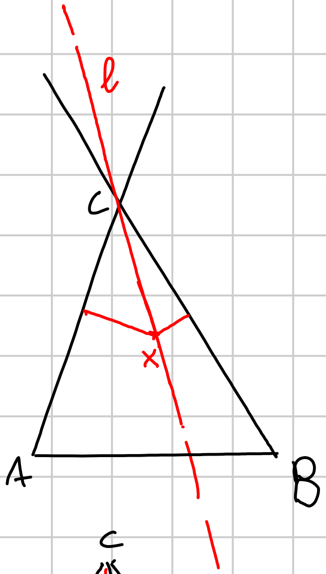
C sta su asse radicale

$\Updownarrow$

$$\begin{array}{cccc} CL \cdot & CY = & CN \cdot & CX \\ \| & \| & \| & \| \\ b & \frac{a}{\sin\gamma} & a & \frac{b}{\sin\gamma} \end{array}$$

trilineari
simm $\to$ $bx - ay = 0$

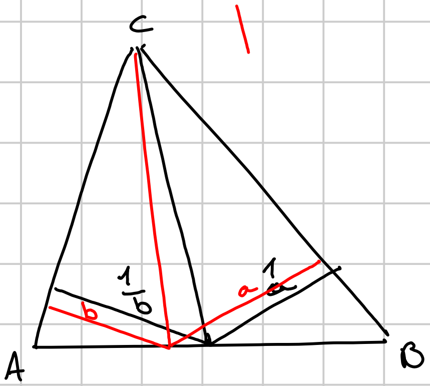
$Q = (a, b, ?)$
e verifica !! c.v.d.

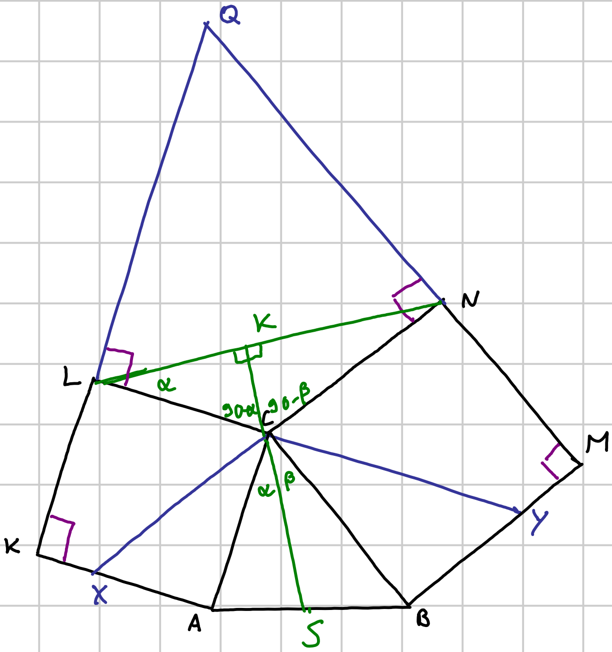


$$\ell \rightsquigarrow x \text{ t.c. } \frac{d(x, AC)}{d(x, BC)} = \lambda$$

$\downarrow$ simm

$$\ell' \rightsquigarrow x' \text{ t.c. } \frac{d(x', AC)}{d(x', BC)} = \frac{1}{\lambda}$$





altra idea

S pt medio e $K = CS \cap LN$

$\Downarrow$

$LN \perp CK$

DIM

ruoto di 90° $\triangle CLN$

$L \to A$

$C\,N'\,B$ allineati

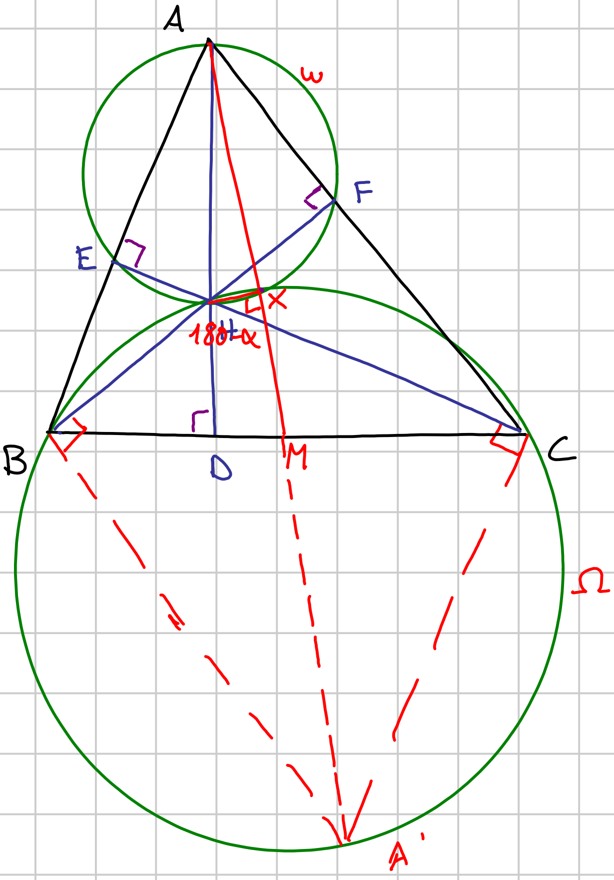
C pt medio di $N'B$

S pt medio di AB

$\Downarrow$

talete!

②

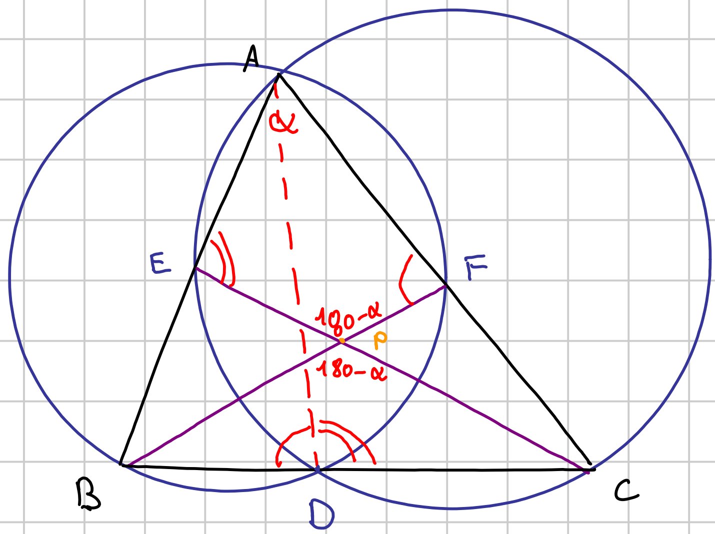


caso particolare
D piede dell'altezza

EHFA ciclico con diametro AH
$X = AM \cap \omega$
X è proiezione di H su AM

osservazione
$X \in \Omega$
con Ω circ. circ. a BHC

DIM
simmetria rispetto a M
A'B // AC A'C // AB
A'H diametro!
QUINDI $X \in \Omega$

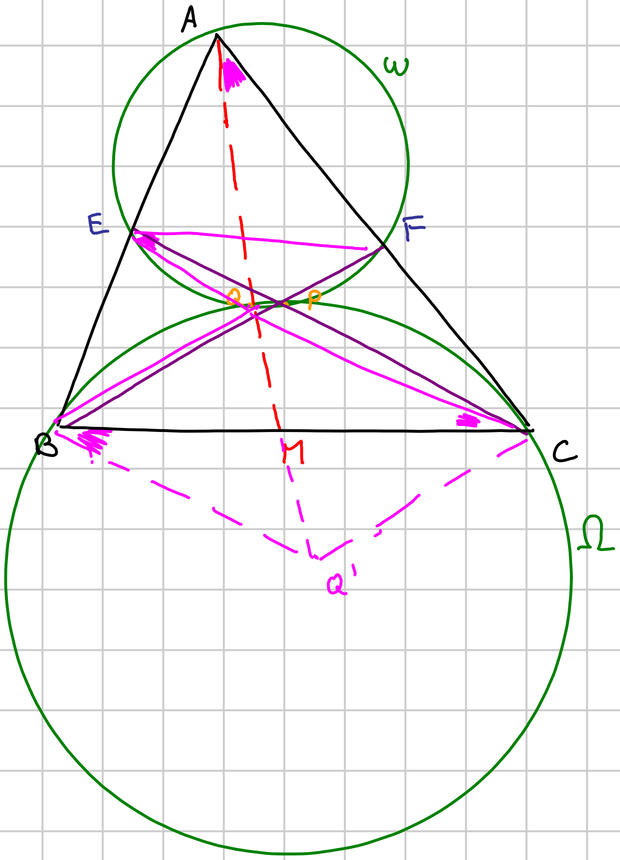


PROBLEMA "VERO"

OSS 1:
se $P = BF \cap CE \Rightarrow AEPF$ ciclico

$A\hat{E}P + P\hat{F}A = A\hat{D}C + A\hat{D}B = 180°$

OSS 2
$B\hat{P}C = 180 - \alpha$
⇓
$P \in \Omega$
Ω circ. circoscritta a BHC



$X = AM \cap \Omega$

Q = seconda intersez. tra ω e Ω

Th Q sta su AM

$Q\hat{E}F = Q\hat{A}F = Q\hat{A}C$

|| (LEMMA)

$Q\hat{C}B$

Q' = simm di Q wrt M

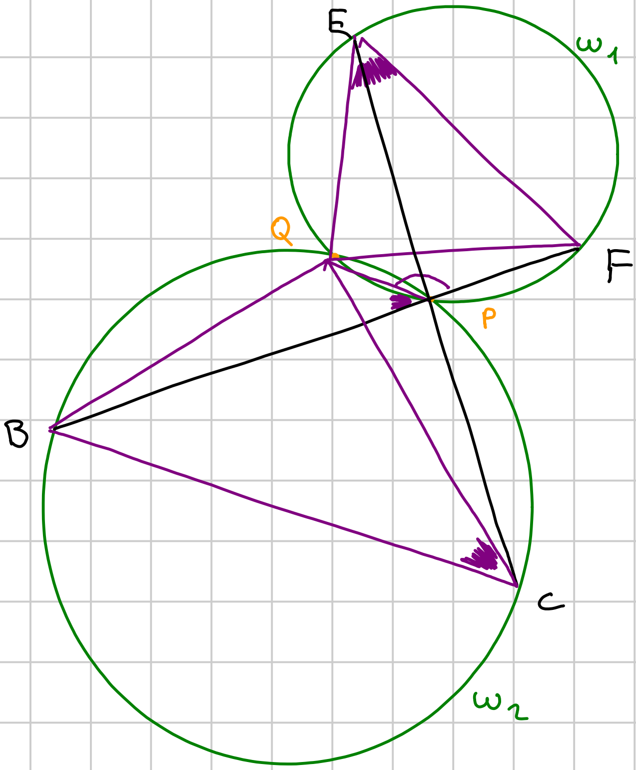
$\Downarrow$

$Q' \in (ABC) \Rightarrow Q'\hat{B}C = Q\hat{A}C$

$Q'\hat{B}C = Q\hat{C}B$

QUINDI AQQ' allineati, QMQ' allineati $\Big\} \Rightarrow$ AQM allineati

C.V.D.



LEMMA DELLA ROTOMOTETIA

$\boxed{\text{HP}}$

B, C, E, F punti qualsiasi

$P = EC \cap BF$

$\omega_1 = (BCP)$

$\omega_2 = (EPF)$

$Q = \omega_1 \cap \omega_2, \quad Q \neq P$

$\boxed{\text{Th}}$

$\triangle QBC \sim \triangle QFE$

$Q\hat{C}B = Q\hat{P}B = 180 - Q\hat{P}F = Q\hat{E}F$

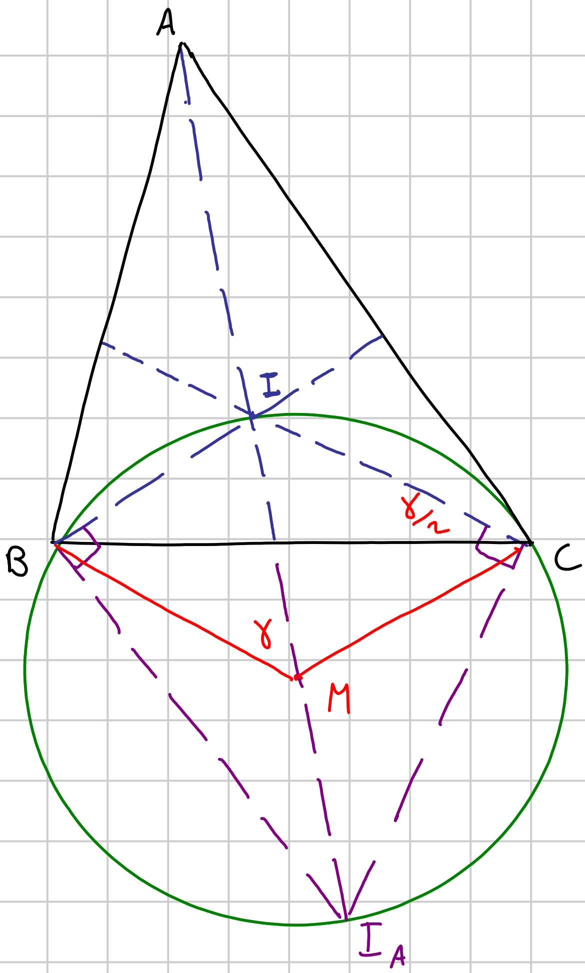
$Q\hat{B}C = Q\hat{F}E$ C.V.D.

(ESERCIZIO → BMO 2009/2)

APPROCCI

- rotomotetia
- inversione (wrt A) + simmetria (wrt bisettrice)
- conti

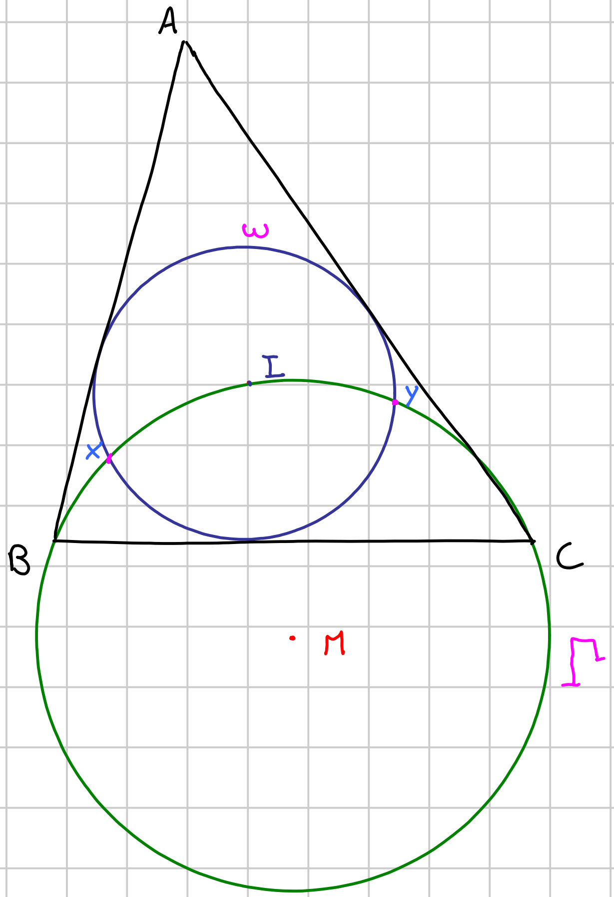
③



RICHIAMI

- $BICI_A$ ciclico
- il centro è M
  (M pt medio arco BC della circoscritta a ABC)

centro sta su II_A e su asse di BC



ω' circonferenza passante per x e y e tg a (ABC)

CHI È ω' ??

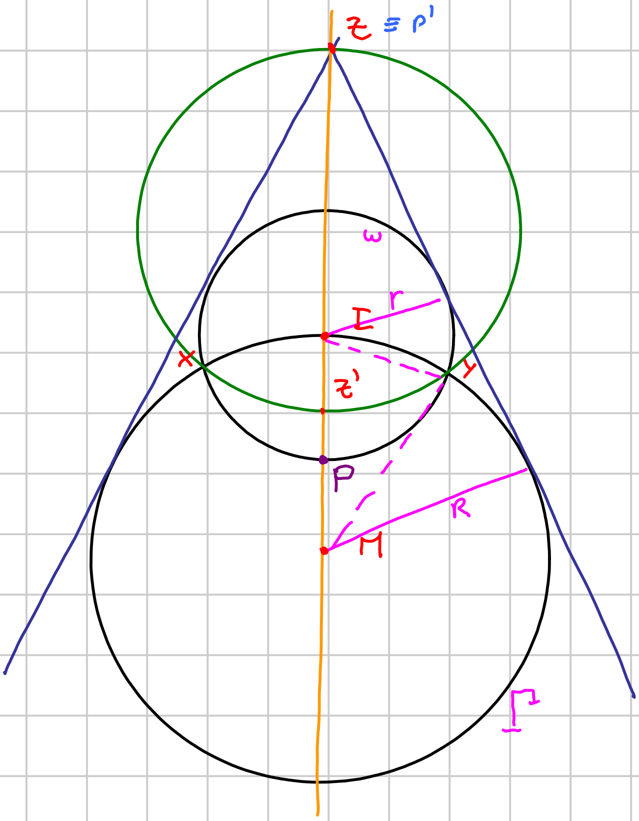
inversione rispetto a Γ

⇓

- BC ⟷ (ABC)
- ω ⟷ ω'

COSA CI BASTERÀ

ci basta che l'immagine di ω sia tangente a (ABC)



a)

chi sono Z e Z' ?

sono pt su MI t.c.

$$\frac{ZI}{ZM} = \frac{Z'I}{Z'M} = \frac{r}{R}$$

$ZXZ'Y$ ciclico per il th di Apollonio

$$\frac{r}{R} = \frac{ZI}{ZM} = \frac{Z'I}{Z'M} = \frac{YI}{YM} = \frac{XI}{XM}$$

b) Th

$A_p =$ cfr di apollonio

A_p è l'inversa di ω risp a Γ

DIM

$P = IM \cap \omega$

$P' =$ inverso di P

$Th \Leftrightarrow P' \equiv Z$

$$\Updownarrow$$

$$\frac{P'I}{P'M} = \frac{r}{R}$$

$$P'M = \frac{R^2}{PM} = \frac{R^2}{R-r}$$

$$P'I = P'M - MI = \frac{R^2}{R-r} - R = \frac{R^2 - R^2 + rR}{R-r} = \frac{rR}{R-r}$$

C.V.D.