

Cesenatico 2012

XIII GARA NAZIONALE A SQUADRE

Semifinale A – 4 Maggio 2012



ZANICHELLI 150¹⁸⁵⁹₂₀₀₉
Crescere a libri aperti

Istruzioni Generali

- Si ricorda che per ogni problema occorre indicare sul cartellino delle risposte un intero compreso tra 0000 e 9999.
- Se la quantità richiesta non è un numero intero, ove non altrimenti indicato, si indichi la sua parte intera.
- Se la quantità richiesta è un numero negativo, oppure se il problema non ha soluzione, si indichi 0000.
- Se la quantità richiesta è un numero intero maggiore di 9999, se ne indichino le ultime quattro cifre.
- Nello svolgimento dei calcoli può essere utile tener conto dei seguenti valori approssimati:

$$\sqrt{2} = 1.4142 \quad \sqrt{3} = 1.7321 \quad \sqrt{5} = 2.2361 \quad \sqrt{7} = 2.6458 \quad \pi = 3.1416.$$

Scadenze importanti

- **10 minuti dall'inizio:** termine ultimo per la scelta del problema Jolly (dopo verrà dato d'ufficio il primo problema).
- **30 minuti dall'inizio:** termine ultimo per rivolgere domande sul testo.
- **90 minuti dall'inizio:** termine della gara.

1. L'ultima pietra

Il mondo è stato prossimo alla fine altre volte nel passato. Una volta in particolare fu una certa Esmeralda Weatherwax a sfidare la Morte al gioco per la salvezza di tutti, ma non furono scelti né gli scacchi, né le carte, né il Monopoli. I due giocatori si sedettero di fronte ad un gran cumulo di sassi e cominciarono a giocare. Iniziò Esmeralda, che prese 30 sassi. La Morte al suo turno ne prese 130, poi Esmeralda ne prese 230. Andarono avanti così, secondo le regole, che obbligavano ognuno a raccogliere 100 sassi in più del precedente. Quando i sassi per terra non fossero stati più sufficienti, il giocatore li avrebbe raccolti tutti. Il primo a non poter prendere alcun sasso avrebbe perso. Come si immagina, vinse Esmeralda, dopo aver raccolto in tutta la partita 9284 sassi. Quanti sassi raccolse la Morte?

2. Terrore tecnologico

Il comandante Tarkin minaccia di distruggere la Terra con la Morte Nera, ma rinuncerà se la principessa Leila lo batterà al seguente gioco. Inizialmente vi è un mucchio di n pietre; poi i giocatori si alternano a cominciare da Leila. Le uniche mosse valide sono togliere mucchio 1, 2, 4 oppure 16 pietre. Vince chi riesce a togliere l'ultima pietra. Leila riflettendo un poco capisce che se Tarkin non commetterà errori, per lei non ci sarà alcuna possibilità di vittoria. Cerca allora di far durare la partita più mosse possibile, nella speranza che Tarkin prima o poi commetta un errore e anche per ritardare la distruzione della Terra. Quanto valeva n se la Terra viene distrutta dopo una partita di 594 mosse?

3. Profezia in scatola

Da una capsula del tempo seppellita cinquant'anni fa viene recuperata una profezia: "Il mondo finirà per un brillamento solare nell'anno n , dove n è il più grande numero di 4 cifre divisore di...". Purtroppo il numero che era scritto al posto dei puntini non è più leggibile, si capisce solo che aveva almeno 7 cifre. Sapendo che il brillamento secondo il MIT avverrà quest'anno, qual è il più piccolo valore possibile per il numero che completava la profezia?

4. The Matrix

In realtà il mondo come noi lo conosciamo è finito da un pezzo. Secondo gli archivi di Zion, nel vero anno 2004, molte generazioni fa, una rete di computer chiamata Skynet divenne autocosciente e ridusse in schiavitù il genere umano. Skynet era formata da 63 server, numerati da 1 a 63, su ciascuno dei quali giravano un numero di macchine virtuali pari al massimo esponente di una potenza di 2 che divide il fattoriale del numero che lo contrassegna. Quante sono, in tutto, le macchine virtuali di Skynet?

5. Deep impact

Un asteroide si dirige verso la Terra. La sua forma è quella di un solido di rotazione, ottenuto ruotando attorno alla retta che è asse del lato AB (che misura 3800 metri) la figura piana costituita dal quadrato $ABCD$ e dai 4 cerchi aventi raggio di 1900 metri e centri nei vertici del quadrato. Per distruggerlo vengono mandati sull'asteroide degli eroici minatori che possono contare su un numero infinito di bombe, ciascuna delle quali disintegra tutto entro un raggio r dal punto in cui esplose. I nostri eroi coprono tutta la superficie dell'asteroide di bombe, distanti solo pochi centimetri l'una dall'altra e poi le fanno detonare simultaneamente. Quanti metri deve valere come minimo r affinché quello che resta dell'asteroide sia diviso in almeno due pezzi?

6. Sta scritto

Come è stato predetto nel terribile libro Necronomicon dell'arabo pazzo Abdul Alhazred, quando per l'Uomo arriverà l'Ultimo Giorno, sorgerà dagli inferi Bernardus, mostro con n teste ed m code (entrambi interi positivi) tali che $\frac{1}{95} + \frac{1}{n} = \frac{1}{m}$. Qual è il minimo numero di teste che Bernardus può avere?

7. First Impact

Il 21 dicembre 2012 un asteroide sferico del raggio di $1/7$ di chilometro, colpirà perpendicolarmente la superficie della Terra in un'area quadrata K dal lato di 26 km, facendo un foro esattamente delle stesse dimensioni dell'asteroide. Si sa che il foro sarà completamente contenuto in K , ma non si sa bene in quale posizione (gli esperti sono propensi a considerare equiprobabile ogni posizione). Le autorità dispongono di uno scudo disintegratore di forma circolare del raggio di 5 km: se anche l'asteroide

lo sfiorerà soltanto, verrà annichilito e la Terra sarà salva. Lo scudo viene piazzato a qualche metro da terra, proprio in centro all'area K . Qual è la probabilità che la Terra si salvi? Come risposta fornire le prime 4 cifre dopo la virgola.

8. Calcolo alieno

I seguaci del Grande Cthulhu per essere pronti al Caos dell'Ultimo Giorno hanno completamente cambiato le usuali regole di calcolo sui numeri naturali. L'addizione è stata sostituita da un'operazione denotata con \diamond tale che per ogni $a, b \in \mathbb{N}$, si ha che $a \diamond b = a + b + 1$, mentre, al posto della moltiplicazione, è stata adottata un'operazione, denotata con \bullet , tale che $0 \bullet 0 = 1$, e che per ogni $a, b, c \in \mathbb{N}$, si ha che $a \bullet b = b \bullet a$ e anche che $a \bullet (b \diamond c) = (a \bullet b) \diamond (a \bullet c)$. Secondo il Necronomicon, mancano solo $(12 \bullet 7) \diamond 17$ giorni al risveglio di Cthulhu: quanti giorni sarebbero?

9. Segreti perduti

Gli invasori alieni Santovasku sanno che l'unica terrestre in grado di opporsi loro è una studiosa che conserva i segreti per sconfiggerli su n libri voluminosi, disposti su un solo scaffale, dal numero 1 (a sinistra) via via fino al numero n (a destra). A distruggere i libri viene mandato un insetto alieno che parte nello spazio che c'è tra pagina 100 e pagina 101 del primo volume e comincia a mangiare verso destra, fino all'ultimo volume, dove si ferma tra pagina 10 e pagina 11. Si sa che ogni volume ha 38 pagine in più del precedente e che la somma delle pagine del quarto e dell'ultimo volume è uguale sia al doppio delle pagine del settimo volume sia al triplo delle pagine del primo volume. Quante pagine ha mangiato il verme? Ignorate le copertine, ma ricordate *come* sono disposti i volumi sullo scaffale.

10. Tentare la sorte

Nessuno ricorda più la parola d'ordine per disattivare il robot Gort, che tra 9 giorni si accenderà e distruggerà la vita sulla Terra. Tuttavia esiste una seconda procedura d'arresto. In ciascuno di questi giorni l'eroico Ash Williams lancerà un dado a 6 facce. Se ogni lancio sarà diverso sia dal numero uscito due giorni prima sia da quello che uscirà quattro giorni dopo, Gort si disattiverà. (Se in uno dei giorni richiesti Ash non ha tirato il dado, ad esempio due giorni prima del primo giorno, il numero uscito viene considerato diverso.) Qual è la probabilità che il Mondo non finisca? Come risposta fornire le prime 4 cifre dopo la virgola.

11. Inseguimento

I feroci alieni del Sistema Uru invadono la Terra! Il mondo finirà a meno che il Campione della Terra non sconfigga la figlia del capo degli alieni in una disperata gara di corsa. La gara si tiene in una pista della lunghezza di 500 metri, su più giri. L'aliena sorpassa il Campione ogni 3 minuti. Se uno dei due corresse in senso inverso si incrocerebbero ogni 20 secondi. Qual è, in *centimetri* al secondo, la velocità dell'aliena?

12. L'ennesimo segno

Una sonda spaziale ha da poco scoperto sulla superficie di Marte un misterioso monolito che forse preannuncia la fine del mondo. Una delle sue facce quadrate $ABCD$, ha area 2012 m^2 . Detto E il punto medio di AB e O l'intersezione tra AC e BD , si osserva che l'intersezione tra il triangolo DCE e il triangolo ABO è color rosso fuoco. Tutto il resto del monolito è nero. Quanti metri quadrati misura l'area rossa?

13. Cavalieri di altri lidi

L'invasione degli alieni del Sistema Uru è completata! Alla conferenza di pace, convocata di gran fretta, siedono attorno al tavolo rotondo 8595 creature, che possono essere alieni o terrestri (i primi dicono sempre la verità, i secondi mentono sempre per salvarsi). Si sa che gli alieni alla conferenza sono più di 2012 e meno di 8000 e che ogni creatura afferma che tra le due creature alla sua sinistra ci sono tanti alieni quanti tra le due creature alla sua destra. Quanti sono in tutto gli alieni?

14. Una nuova speranza

L'Ordigno Fine di Mondo è stato attivato e la vita sulla Terra si estinguerà nel giro di qualche mese. Il Dr. Stranamore suggerisce di preservare la razza umana nei rifugi sotterranei. I rifugi costruiti hanno la forma qui descritta. La zona vivibile è un triangolo equilatero QPR di lato 112 m. È servito da tre vasche idroponiche quadrate $PQDC$, QRH e $RPNM$ e da tre serbatoi idrici a forma di esagoni regolari $ABCPNO$, $FGHQDE$ e $KLMRIJ$. La zona residenziale vera e propria è un poligono con 6 lati $STUVWX$ tali che $S = AI \cap RP$, $T = KC \cap RP$, $U = FN \cap PQ$, $V = AH \cap PQ$, $W = KD \cap QR$ e $X = FM \cap QR$. Sapendo che servono 3.5 m^2 di area residenziale per ogni persona, quante persone possono vivere al massimo in uno di questi rifugi?

15. Accuratezza egizia

In un antico tempio egizio fu ritrovata una lastra di pietra a forma di esagono regolare che veniva usata per contare gli anni. Per ogni anno a partire da una data incerta tra il 700 AC e il 800 AC e fino alla loro scomparsa, gli egizi incisero sulla lastra un cerchio del raggio di 16 mm. I cerchi erano incisi in modo da non sovrapporsi, e si calcolò che, anche ottimizzando lo spazio, sulla lastra c'era posto solo per gli anni fino al 2012 DC. Apparentemente poi sarebbe giunto il Male Assoluto a porre fine alla civiltà. Quanti millimetri misura come minimo il lato dell'esagono?

16. Le dodici scimmie

Nonostante tutte le profezie, il mondo finirà in realtà per la diffusione nei prossimi mesi di un virus che annienterà quasi completamente gli esseri umani. Il virus è composto da 8 dischetti complanari identici legati tra di loro ad anello. Ciascun dischetto ha una faccia ricca di plutonio e una ricca di arsenico. Il virus può mutare ribaltando uno o più dei dischetti scambiandone quindi le facce. C'è bisogno di un vaccino specifico per ogni diversa configurazione del virus, ma si tenga presente che un vaccino funziona anche se l'intero virus cambia posizione rigidamente, ruotando attorno al centro dell'anello o ribaltandosi completamente. Quanti diversi vaccini dovranno preparare i pochi superstiti per debellare il virus?

bluestone

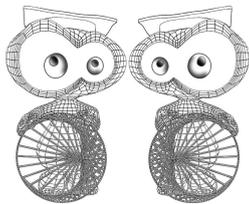
Semifinale A - Stato squadre

00:00

01) G. MARCONI	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
02) P. FARINATO	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
03) B. RAMBALDI - L. VALERIANI	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
04) G. BANZI BAZOLI	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
05) ARCHIMEDE	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
06) E. BALZAN	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
07) B. VARCHI	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
08) G. FALCONE	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
09) A. SCARPA	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
10) G. RUMMO	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
11) A. CALINI	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
12) L. DES AMBROIS	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
13) G. MARCONI	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
14) M. IV D'ARBOREA	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
15) U. MASOTTO	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
16) N. COPERINICO	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
17) A. EINSTEIN	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
18) E. MAJORANA	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
19) B. RUSSELL - I. NEWTON	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
20) A. MORO	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
21) G. ALESSI	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
22) A. RIGHI	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
23) G. MARCONI	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
24) G. ULIVI	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
25) LEONARDO DA VINCI	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
26) G. BATTAGLINI	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
27) SAFFO	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
28) A. SPINELLI	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
29) E. BARSANTI E F. MATTEUC	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
30) G. PEANO	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
31) G. OBERDAN	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
32) N. COPERINICO	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
33) VIANU	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
34) ALTON COLLEGE	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16

Semifinale A - Classifica domande

L'ultima pietra	31	92
Terrore tecnologico		92
Profezia in scatola	63	
The Matrix	53	
Deep impact		92
Sta scritto	31	
First Impact		94
Calcolo alieno	64	
Segreti perduti		80
Tentare la sorte	49	
Inseguimento	31	
L'ennesimo segno	30	
Cavalieri di altri lidi	30	
Una nuova speranza		90
Accuratezza egizia	76	
Le dodici scimmie		116



Cesenatico 2012

XIII GARA NAZIONALE A SQUADRE

Semifinale B – 4 Maggio 2012



ZANICHELLI 150¹⁸⁵⁹₂₀₀₉
Crescere a libri aperti

Istruzioni Generali

- Si ricorda che per ogni problema occorre indicare sul cartellino delle risposte un intero compreso tra 0000 e 9999.
- Se la quantità richiesta non è un numero intero, ove non altrimenti indicato, si indichi la sua parte intera.
- Se la quantità richiesta è un numero negativo, oppure se il problema non ha soluzione, si indichi 0000.
- Se la quantità richiesta è un numero intero maggiore di 9999, se ne indichino le ultime quattro cifre.
- Nello svolgimento dei calcoli può essere utile tener conto dei seguenti valori approssimati:

$$\sqrt{2} = 1.4142 \quad \sqrt{3} = 1.7321 \quad \sqrt{5} = 2.2361 \quad \sqrt{7} = 2.6458 \quad \pi = 3.1416.$$

Scadenze importanti

- **10 minuti dall'inizio:** termine ultimo per la scelta del problema Jolly (dopo verrà dato d'ufficio il primo problema).
- **30 minuti dall'inizio:** termine ultimo per rivolgere domande sul testo.
- **90 minuti dall'inizio:** termine della gara.

1. Il Male Assoluto

In un antico tempio egizio fu ritrovata una lastra di pietra a forma di esagono regolare che veniva usata per contare gli anni. Per ogni anno a partire da una data incerta tra il 550 AC e il 650 AC e fino alla loro scomparsa, gli egizi incisero sulla lastra un cerchio del raggio di 16 mm. I cerchi erano incisi in modo da non sovrapporsi, e si calcolò che, anche ottimizzando lo spazio, sulla lastra c'era posto solo per gli anni fino al 2012 DC. Apparentemente poi sarebbe giunto il Male Assoluto a porre fine alla civiltà. Quanti millimetri misura come minimo il lato dell'esagono?

2. Io sono leggenda

Nonostante tutte le profezie, il mondo finirà in realtà per la diffusione nei prossimi mesi di un virus che annienterà quasi completamente gli esseri umani. Il virus è composto da 6 dischetti complanari identici legati tra di loro ad anello. Ciascun dischetto ha una faccia ricca di plutonio e una ricca di arsenico. Il virus può mutare ribaltando uno o più dei dischetti scambiandone quindi le facce. C'è bisogno di un vaccino specifico per ogni diversa configurazione del virus, ma si tenga presente che un vaccino funziona anche se l'intero virus cambia posizione rigidamente, ruotando attorno al centro dell'anello o ribaltandosi completamente. Quanti diversi vaccini dovranno preparare i pochi superstiti per debellare il virus?

3. Armageddon

Un asteroide si dirige verso la Terra. La sua forma è quella di un solido di rotazione, ottenuto ruotando attorno alla retta che è asse del lato AB (che misura 2004 metri) la figura piana costituita dal quadrato $ABCD$ e dai 4 cerchi aventi raggio di 1002 metri e centri nei vertici del quadrato. Per distruggerlo vengono mandati sull'asteroide degli eroici minatori che possono contare su un numero infinito di bombe, ciascuna delle quali disintegra tutto entro un raggio r dal punto in cui esplose. I nostri eroi coprono tutta la superficie dell'asteroide di bombe, distanti solo pochi centimetri l'una dall'altra e poi le fanno detonare simultaneamente. Quanti metri deve valere come minimo r affinché quello che resta dell'asteroide sia diviso in almeno due pezzi?

4. La bestia

Come è stato predetto nel terribile libro *Necronomicon* dell'arabo pazzo Abdul Alhazred, quando per l'Uomo arriverà l'Ultimo Giorno, sorgerà dagli inferi Bernardus, mostro con n teste ed m code (entrambi interi positivi) tali che $\frac{1}{85} + \frac{1}{n} = \frac{1}{m}$. Qual è il minimo numero di teste che Bernardus può avere?

5. Ultima strategia

Il 21 dicembre 2012 un asteroide sferico del raggio di $1/9$ di chilometro, colpirà perpendicolarmente la superficie della Terra in un'area quadrata K dal lato di 18 km, facendo un foro esattamente delle stesse dimensioni dell'asteroide. Si sa che il foro sarà completamente contenuto in K , ma non si sa bene in quale posizione (gli esperti sono propensi a considerare equiprobabile ogni posizione). Le autorità dispongono di uno scudo disintegratore di forma circolare del raggio di 7 km: se anche l'asteroide lo sfiorerà soltanto, verrà annichilito e la Terra sarà salva. Lo scudo viene piazzato a qualche metro da terra, proprio in centro all'area K . Qual è la probabilità che la Terra si salvi? Come risposta fornire le prime 4 cifre dopo la virgola.

6. Il risveglio del caos

I seguaci del Grande Cthulhu per essere pronti al Caos dell'Ultimo Giorno hanno completamente cambiato le usuali regole di calcolo sui numeri naturali. L'addizione è stata sostituita da un'operazione denotata con \diamond tale che per ogni $a, b \in \mathbb{N}$, si ha che $a \diamond b = a + b + 1$, mentre, al posto della moltiplicazione, è stata adottata un'operazione, denotata con \bullet , tale che $0 \bullet 0 = 1$, e che per ogni $a, b, c \in \mathbb{N}$, si ha che $a \bullet b = b \bullet a$ e anche che $a \bullet (b \diamond c) = (a \bullet b) \diamond (a \bullet c)$. Secondo il *Necronomicon*, mancano solo $(11 \bullet 8) \diamond 13$ giorni al risveglio di Cthulhu: quanti giorni sarebbero?

7. Outlanders

Gli invasori alieni Santovasku sanno che l'unica terrestre in grado di opporsi loro è una studiosa che conserva i segreti per sconfiggerli su n libri voluminosi, disposti su un solo scaffale, dal numero 1 (a sinistra) via via fino al numero n (a destra). A distruggere i libri viene mandato un insetto alieno che parte nello spazio che c'è tra pagina 10 e pagina 11 del primo volume e comincia a mangiare verso destra, fino all'ultimo volume, dove si ferma tra pagina 100 e pagina 101. Si sa che ogni volume ha

46 pagine in più del precedente e che la somma delle pagine del quarto e dell'ultimo volume è uguale sia al doppio delle pagine del sesto volume sia al triplo delle pagine del primo volume. Quante pagine ha mangiato il verme? Ignorate le copertine, ma ricordate *come* sono disposti i volumi sullo scaffale.

8. Klaatū barada nīkto

Nessuno ricorda più la parola d'ordine per disattivare il robot Gort, che tra 10 giorni si accenderà e distruggerà la vita sulla Terra. Tuttavia esiste una seconda procedura d'arresto. In ciascuno di questi giorni l'eroico Ash Williams lancerà un dado a 6 facce. Se ogni lancio sarà diverso sia dal numero uscito due giorni prima sia da quello che uscirà quattro giorni dopo, Gort si disattiverà. (Se in uno dei giorni richiesti Ash non ha tirato il dado, ad esempio due giorni prima del primo giorno, il numero uscito viene considerato diverso.) Qual è la probabilità che il Mondo non finisca? Come risposta fornire le prime 4 cifre dopo la virgola.

9. Agilità aliena

I feroci alieni del Sistema Uru invadono la Terra! Il mondo finirà a meno che il Campione della Terra non sconfigga la figlia del capo degli alieni in una disperata gara di corsa. La gara si tiene in una pista della lunghezza di 750 metri, su più giri. L'aliena sorpassa il Campione ogni 3 minuti. Se uno dei due corresse in senso inverso si incrocerebbero ogni 36 secondi. Qual è, in centimetri al secondo, la velocità dell'aliena?

10. Profezie marziane

Una sonda spaziale ha da poco scoperto sulla superficie di Marte un misterioso monolito che forse preannuncia la fine del mondo. Su una delle sue facce rettangolari $ABCD$, detto E il punto medio di AB e O l'intersezione tra AC e BD , si osserva che l'intersezione tra il triangolo DCE e il triangolo ABO è color rosso fuoco. Tutto il resto del monolito è nero. Sapendo che AB misura 21 metri e BC 12, quanti decimetri quadrati misura l'area rossa?

11. Menzogne disperate

L'invasione degli alieni del Sistema Uru è completata! Alla conferenza di pace, convocata di gran fretta, siedono attorno al tavolo rotondo 8145 creature, che possono essere alieni o terrestri (i primi dicono sempre la verità, i secondi mentono sempre per salvarsi). Si sa che gli alieni alla conferenza sono più di 2012 e meno di 8000 e che ogni creatura può affermare che tra le due creature alla sua sinistra ci sono tanti alieni quanti tra le due creature alla sua destra. Quanti sono in tutto gli alieni?

12. Amare la bomba

L'Ordigno Fine di Mondo è stato attivato e la vita sulla Terra si estinguerà nel giro di qualche mese. Il Dr. Stranamore suggerisce di preservare la razza umana nei rifugi sotterranei. I rifugi costruiti hanno la forma qui descritta. La zona vivibile è un triangolo equilatero QPR di lato 126 m. È servito da tre vasche idroponiche quadrate $PQDC$, $QRIH$ e $RPNM$ e da tre serbatoi idrici a forma di esagoni regolari $ABCPNO$, $FGHQDE$ e $KLMRIJ$. La zona residenziale vera e propria è un poligono con 6 lati $STUVWX$ tali che $S = AI \cap RP$, $T = KC \cap RP$, $U = FN \cap PQ$, $V = AH \cap PQ$, $W = KD \cap QR$ e $X = FM \cap QR$. Sapendo che servono 3.5 m^2 di area residenziale per ogni persona, quante persone possono vivere al massimo in uno di questi rifugi?

13. La morte e la strega

Il mondo è stato prossimo alla fine altre volte nel passato. Una volta in particolare fu una certa Esmeralda Weatherwax a sfidare la Morte al gioco per la salvezza di tutti, ma non furono scelti né gli scacchi, né le carte, né il Monopoli. I due giocatori si sedettero di fronte ad un gran cumulo di sassi e cominciarono a giocare. Iniziò Esmeralda, che prese 42 sassi. La Morte al suo turno ne prese 142, poi Esmeralda ne prese 242. Andarono avanti così, secondo le regole, che obbligavano ognuno a raccogliere 100 sassi in più del precedente. Quando i sassi per terra non fossero stati più sufficienti, il giocatore li avrebbe raccolti tutti. Il primo a non poter prendere alcun sasso avrebbe perso. Come si immagina, vinse Esmeralda, dopo aver raccolto in tutta la partita 9412 sassi. Quanti sassi raccolse la Morte?

14. Non è una luna quella

Il comandante Tarkin minaccia di distruggere la Terra con la Morte Nera, ma rinuncerà se la principessa Leila lo batterà al seguente gioco. Inizialmente vi è un mucchio di n pietre; poi i giocatori si alternano a cominciare da Leila. Le uniche mosse valide sono togliere mucchio 1, 2, 4 oppure 16 pietre. Vince chi riesce a togliere l'ultima pietra. Leila riflettendo un poco capisce che se Tarkin non commetterà errori, per lei non ci sarà alcuna possibilità di vittoria. Cerca allora di far durare la partita più mosse possibile, nella speranza che Tarkin prima o poi commetta un errore e anche per ritardare la distruzione della Terra. Quanto valeva n se la Terra viene distrutta dopo una partita di 472 mosse?

15. Everyone else

Da una capsula del tempo seppellita cinquant'anni fa viene recuperata una profezia: "Il mondo finirà per un brillamento solare nell'anno n , dove n è il più grande numero di 4 cifre divisore di...". Purtroppo il numero che era scritto al posto dei puntini non è più leggibile, si capisce solo che aveva almeno 5 cifre. Sapendo che il brillamento secondo il MIT avverrà quest'anno, qual è il più piccolo valore possibile per il numero che completava la profezia?

16. Skynet

In realtà il mondo come noi lo conosciamo è finito da un pezzo. Secondo gli archivi di Zion, nel vero anno 2004, molte generazioni fa, una rete di computer chiamata Skynet divenne autocosciente e ridusse in schiavitù il genere umano. Skynet era formata da 127 server, numerati da 1 a 127, su ciascuno dei quali giravano un numero di macchine virtuali pari al massimo esponente di una potenza di 2 che divide il fattoriale del numero che lo contrassegna. Quante sono, in tutto, le macchine virtuali di Skynet?

bluestone

Semifinale B - Stato squadre

00:00

01) G. GALILEI	2	1	3	1	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
02) E. TORRICELLI	2	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	16
03) LEONARDO DA VINCI	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	16
04) G.B. QUADRI	1	2	3	1	4	5	6	3	8	9	10	11	12	13	14	15	16
05) G. DOUHET	1	2	3	4	5	6	7	2	8	9	10	11	12	13	14	15	16
06) G.D. CASSINI	1	2	3	4	5	6	7	2	8	9	10	11	12	13	14	15	16
07) E. MAJORANA	1	2	3	4	5	6	7	2	8	9	10	11	12	13	14	15	16
08) A. PACINOTTI	1	2	3	4	5	6	7	2	8	9	10	11	12	13	14	15	16
09) A. VALLISNERI	1	2	3	4	5	6	7	3	8	9	10	11	12	13	14	15	16
10) BELFIORE	1	2	3	4	5	6	7	3	8	9	10	11	12	13	14	15	16
11) E. FERMI	1	2	3	4	5	6	7	3	8	9	10	11	12	13	14	15	16
12) M.G. AGNESI	1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
13) G. MARCONI	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	16
14) F. VERCELLI	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	16
15) G. ASPRONI	1	2	3	4	5	6	7	2	8	9	10	11	12	13	14	15	16
16) G. GALILEI	1	1	2	3	4	5	6	2	7	8	9	10	11	12	13	14	15
17) I. VIAN	1	2	3	4	5	6	7	2	8	9	10	11	12	13	14	15	16
18) G. GALILEI	1	1	2	3	4	5	6	1	8	9	10	11	12	13	14	15	16
19) L. MASCHERONI	1	2	3	4	5	6	7	2	8	9	10	11	12	13	14	15	16
20) P. LEVI	1	2	3	4	5	6	7	2	8	9	10	11	12	13	14	15	16
21) L.B. ALBERTI	1	2	3	4	5	6	7	1	8	9	10	11	12	13	14	15	16
22) M. CUTELLI	1	2	3	4	5	6	7	1	8	9	10	11	12	13	14	15	16
23) I. NEWTON	1	2	3	4	5	6	7	4	8	9	10	11	12	13	14	15	16
24) G. GALILEI	1	2	3	4	5	6	7	4	8	9	10	11	12	13	14	15	16
25) A. MALIGNANI	1	2	3	4	5	6	7	1	8	9	10	11	12	13	14	15	16
26) G. BAGATTA	1	2	3	4	5	6	7	2	8	9	10	11	12	13	14	15	16
27) G. FERRARIS	1	2	3	4	5	6	7	1	8	9	10	11	12	13	14	15	16
28) C. CATTANEO	1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
29) F. REDI	1	3	2	4	5	6	7	2	8	9	10	11	12	13	14	15	16
30) E. MONTALE	1	3	2	4	5	6	7	1	8	9	10	11	12	13	14	15	16
31) G.G. TRISSINO	1	2	3	4	5	6	7	4	8	9	10	11	12	13	14	15	16
32) G. ALBERTI	1	2	3	4	5	6	7	2	8	9	10	11	12	13	14	15	16
33) FAZEKAS	1	2	3	4	5	6	7	2	8	9	10	11	12	13	14	15	16

bluestone

Il Male Assoluto

Io sono leggenda

Armageddon

La bestia

Ultima strategia

Il risveglio del caos

Outlanders

Klaatu barada niko

Agilità aliena

Profezie marziane

Menzogne disperate

Amare la bomba

La morte e la strega

Non è una luna quella

Everyone else

Skyrnet

Semifinale B - Classifica domande

00:00

94

31

62

41

84

52

82

66

34

34

34

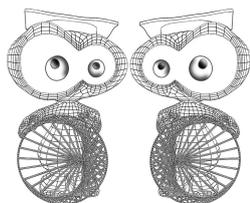
59

32

45

49

55



Cesenatico 2012

XIII GARA NAZIONALE A SQUADRE

Semifinale C – 4 Maggio 2012



ZANICHELLI 150 1859
2009
Crescere a libri aperti

Istruzioni Generali

- Si ricorda che per ogni problema occorre indicare sul cartellino delle risposte un intero compreso tra 0000 e 9999.
- Se la quantità richiesta non è un numero intero, ove non altrimenti indicato, si indichi la sua parte intera.
- Se la quantità richiesta è un numero negativo, oppure se il problema non ha soluzione, si indichi 0000.
- Se la quantità richiesta è un numero intero maggiore di 9999, se ne indichino le ultime quattro cifre.
- Nello svolgimento dei calcoli può essere utile tener conto dei seguenti valori approssimati:

$$\sqrt{2} = 1.4142 \quad \sqrt{3} = 1.7321 \quad \sqrt{5} = 2.2361 \quad \sqrt{7} = 2.6458 \quad \pi = 3.1416.$$

Scadenze importanti

- **10 minuti dall'inizio:** termine ultimo per la scelta del problema Jolly (dopo verrà dato d'ufficio il primo problema).
- **30 minuti dall'inizio:** termine ultimo per rivolgere domande sul testo.
- **90 minuti dall'inizio:** termine della gara.

1. Prima della fine del mondo

Daniele vuole terminare la sua raccolta di figurine sui Matemaya prima della fine del mondo, prevista per il 21 dicembre 2012. Comprerà 10 figurine al giorno, ma sa già che di queste, quelle inutili perché doppioni di figurine trovate in precedenza saranno $1/13$ di quelle già incollate sull'album, arrotondato per difetto. Le figurine dell'album in totale sono 125. In che giorno dovrà iniziare per terminare la raccolta il giorno prima della fine del mondo? Scrivere il risultato nella forma GGMM.

2. Gli antenati Matemaya

Daniele si è addormentato pensando a quanti dei suoi antenati potrebbero essere dei Matemaya. Si immagina un albero genealogico in cui riporta i suoi genitori, i suoi nonni, i bisnonni, e così via. Poi percorre ognuno dei rami verso l'alto, e scopre molti più Matemaya di quanti pensasse: precisamente, tutte e sole le volte che il ramo che collega Daniele a un suo antenato contiene esattamente 7 maschi e 7 femmine, incluso Daniele e l'antenato, allora questo antenato era un Matemaya! Quanti antenati Matemaya ha Daniele, se nell'albero genealogico i rami non si intersecano mai?

3. La città di Étal

Nei sogni di Daniele, la capitale dell'impero Matemaya, Étal, ha la forma di un cerchio perfetto di raggio 4080 metri. I suoi abitanti hanno eretto per la loro difesa quattro torri nei punti A, B, C e D . Le torri B, C e D stanno sulla circonferenza della città; inoltre $AB = BC = 5060$ metri e $AD = BD = CD$. Quanto dista la torre A dal centro (geometrico) della città?

4. La data sbagliata

Per calcolare l'anno della fine del mondo, i Maya risolsero l'equazione di secondo grado $x^2 - bx + c = 0$, con b e c numeri naturali, b dispari e c multiplo di b . Tra le due radici i Maya scelsero però quella sbagliata, ossia 2012. Qual è invece la soluzione corretta?

5. A che ora è la fine del mondo?

I Matemaya hanno scoperto anche l'ora in cui avverrà la fine del mondo! È sufficiente calcolare la somma delle cifre del numero $10^{2^{2012} - 2^{2011} - \dots - 2^{12}} - 10^{2^{21} - 2^{20} - \dots - 2^8}$. Questo sarà il numero di secondi dopo la mezzanotte dell'istante preciso della fine del mondo. A che ora sarà la fine del mondo? Si risponda nel formato HHMM, indicando cioè le ore da 00 a 23 e poi i minuti da 00 a 59, ignorando gli eventuali secondi in eccesso.

6. Le statue del tempio

Nel Tempio di Étal ci sono due preziose statue, raffiguranti gli dei TexZahlCoKer ed Elxevielr. La prima ha i bracciali, gli stivali e l'armatura d'oro; la seconda ha mantello ed elmo d'oro. L'armatura e un bracciale pesano quanto entrambi gli stivali, il cui peso in kg è una potenza di 2. L'armatura e uno stivale pesano quanto il mantello di Elxevielr, che è un multiplo di 17, e che comunque non supera 200 kg. Se TexZahlCoKer si togliesse i due bracciali e ne donasse uno a Elxevielr, le due statue conterrebbero la stessa quantità d'oro. In totale, quanto oro contengono al massimo le due statue?

7. Il Monumento di Étal

Il Monumento di Étal è formato da 120 mattoni cubici di lato 1 metro, 80 di marmo rosso e 40 di marmo bianco, assemblati a formare un parallelepipedo rettangolo. Qual è al minimo (in m^2) l'area rossa presente sulle sei facce del parallelepipedo (inclusa quella inferiore)?

8. La piscina di Mathcal

Il gran sacerdote Mathcal se ne infischia della fine del mondo e passava le sue giornate a praticare il suo sport preferito: il nuoto. La sua casa aveva la forma di un tetraedro regolare con una piscina al suo interno. La piscina era anch'essa a forma di tetraedro regolare, con i vertici ai centri delle facce della costruzione esterna. Sapendo che l'intera casa occupa 12096 m^3 , quanta acqua può contenere (in m^3) la piscina?

9. Il successore

Il gran sacerdote Mathcal scelse il suo successore Mathfrak con un duello basato sulle capacità divinatorie. “Ora scriverò su queste tavolette, in segreto, due interi positivi consecutivi, poi darò quella con un numero pari a Mathfrak e l'altra a Math'Bb. Il primo di voi che saprà dirmi il numero scritto sulla tavoletta dell'avversario sarà il nuovo gran sacerdote”. Diede la parola dapprima a Mathfrak, che rispose “Nu”, cioè, in lingua Matemaya, “Non lo so”. Poi fu il turno di Math'Bb, che rispose a sua volta “Nu”; quindi ancora Mathfrak, con “Nu”, e così via. Dopo che ognuno ebbe risposto “Nu” esattamente 2012 volte, Mathfrak a sorpresa esclamò: “Rho!”, cioè, “Ora sì!”. Quale numero rispose?

10. Il quesito di Mathcal

Il sacerdote Mathcal propose al suo successore Mathfrak il seguente quesito: si ha un polinomio a coefficienti interi con le radici tutte intere e distinte fra loro, tale che il valore assoluto di ciascun coefficiente è minore o uguale 900. Sapendo che si tratta del polinomio di massimo grado possibile, quanto vale la somma dei valori assoluti dei suoi coefficienti?

11. Il polinomio divinatorio

Il gran sacerdote Mathfrak si servì per le sue divinazioni di un polinomio magico di grado 2012. Esso era palindromo, cioè, per ogni k i coefficienti (tutti reali) di x^k e x^{2012-k} erano uguali. Inoltre era pari, cioè, i coefficienti delle potenze dispari di x erano tutti nulli. In base a queste informazioni, quante delle sue radici, al massimo, potevano essere maggiori di 1?

12. Il doppio duello

Secondo il calendario Matemaya, il Sole e la Luna ogni anno sfidano il Tuono e il Fulmine in un doppio duello. Il Sole parte colpendo il Tuono con una freccia; successivamente, ogni volta che uno dei contendenti viene colpito, risponde colpendo uno a caso dei suoi due avversari con una freccia. Quando uno dei quattro viene colpito da cinque frecce, la coppia a cui appartiene perde e il duello termina. Qual è la probabilità che il Sole e la Luna perdano, ma con uno tra loro due rimasto illeso? Si risponda dando le prime quattro cifre dopo la virgola.

13. La piramide dei numeri

Nell'anno 0 i Matemaya costruirono una piramide su cui erano scolpiti, uno dopo l'altro, i numeri naturali: 0, 1, 2, ecc. Si fermarono però dopo avere scolpito il numero n , perché non c'era più spazio. Il 21 dicembre dell'anno 0, il gran sacerdote Mathcal dichiarò che da quel giorno il mondo avrebbe avuto 4 anni di vita per ogni volta che la cifra zero compariva nell'iscrizione, e quindi sarebbe finito nel 2012, però sarebbe stato possibile rinviare la fine, costruendo esattamente nell'anno n una piramide simile, continuando l'iscrizione. In quale anno andava costruita la seconda piramide?

14. Uno sport antico

Si dice che i Matemaya abbiano inventato anche il calcio. A Étal infatti si è svolto per alcuni anni un torneo tra cinque squadre. Ogni coppia di squadre si incontrava una e una sola volta ogni anno; la vittoria valeva 3 punti, il pareggio 1 e la sconfitta 0. Curiosamente, ogni anno la classifica finale è stata la stessa, e le cinque squadre hanno totalizzato come punteggi cinque numeri consecutivi. Tuttavia, il tabellone con i risultati di ogni partita (vittoria/pareggio/sconfitta) non è mai stato lo stesso. I Matemaya hanno deciso di interrompere il torneo quando si sono accorti che l'anno successivo non sarebbe più stato possibile rispettare queste proprietà. Qual è quel numero $ABCD$, tale che in A anni diversi la prima classificata ha battuto la seconda, in B anni la terza, in C anni la quarta e in D anni la quinta?

15. La Terra rallenta!

Sapendo che alla conclusione del 21 Dicembre 2012 il mondo finirà, la Terra decide di girare più lentamente. Così ogni giorno durerà un numero di minuti in più del normale pari alla somma di giorno e mese corrente (ad esempio il 30 novembre durerà $30 + 11 = 41$ minuti in più). Il primo giorno in cui la Terra inizierà a girare in questo modo è oggi, il 4 Maggio 2012. Quanti minuti in più del normale guadagnerà la Terra prima della fine del mondo?

16. L'ordigno fine-di-mondo

Secondo i Matemaya, il mondo (una sfera perfetta di raggio 6375 km) verrà distrutto da otto esplosioni di luce, che partiranno contemporaneamente dai vertici di un cubo circoscritto alla Terra. Sapendo che la luce viaggia a 300000 km/s, quanti secondi impiegheranno le esplosioni per distruggere l'intera superficie terrestre? Rispondere dando le prime quattro cifre dopo la virgola.

Semifinale C - Classifica finale squadre

G. MARINELLI, UDINE

00:00
954

	A. ROMITA, CAMPOBASSO	686
	LEONARDO, BRESCIA	683
	L. RISPIGHI, PIACENZA	638
	G. GALILEI, BELLUNO	629
	LEONARDO DA VINCI, FIRENZE	582
	F. PAULUCCIDI, CALBOL, FORLÌ	549
	E. FERMI, PADOVA	540
	V. VOLTERRA, CIAMPINO	512
	A. SPALLANZANI, REGGIO EMILIA	501
	A. PACINOTTI, CAGLIARI	481
	E. MAJORANA, MIRANO	471
	G. PARODI, ACQUI TERME	469
	G. SPANO, SASSARI	464
	E. FERMI, MODENA	426
	LEONARDO, GIARRE	418
	G. GALILEI, MANFREDONIA	397
	GANDHI, NARNI	394
	I. NIEVO, PADOVA	388
	J. DA PONTE, BASSANO DEL GRAPPA	388
	G. GALILEI, TRESTE	371
	G. CASTELNUOVO, FIRENZE	371
	L. LANFRANCONI, GENOVA	357
	P. ALDI, GROSSETO	353
	U. DINI, PISA	338
	G. GALILEI, ALESSANDRIA	336
	G. GALILEI, MACERATA	308
	P. BORSELLINO E G. FALCONE, ZAGAROLO	307
	TELESIO@, TELESE	222
	L. NOBILI - A. LOMBARDINI, REGGIO EMILIA	164
	CITTA' DI PIERO, SANSEPOLCRO	158
	E. FERMI, BRINDISI	50
	J. SKODY, PRE ROV	368

bluestone

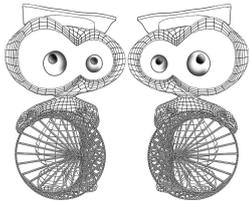
Semifinale C - Stato squadre

00:00

01) G. PARODI	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
02) G. GALILEI	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	1
03) TELESIO@	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	1	2
04) LEONARDO	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	1	2	3
05) E. FERMI	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	1	2	3	4
06) A. PACINOTTI	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	1	2	3	4	5
07) A. ROMITA	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	1	2	3	4	5	6
08) L. RESPIGHI	8	9	10	11	12	13	14	15	16	1	2	3	4	5	6	7
09) V. VOL TERRA	9	10	11	12	13	14	15	16	1	2	3	4	5	6	7	8
10) LEONARDO DA VINCI	10	11	12	13	14	15	16	1	2	3	4	5	6	7	8	9
11) G. CASTELNUOVO	11	12	13	14	15	16	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
12) F. PAULLUCCI DI CALBOLI	12	13	14	15	16	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
13) L. LANFRANCONI	13	14	15	16	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
14) LEONARDO	14	15	16	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
15) P. ALDI	15	16	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
16) G. GALILEI	16	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
17) G. GALILEI	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
18) E. FERMI	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	1
19) CITTA' DIPIERO	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	1	2
20) G. GALILEI	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	1	2	3
21) GANDHI	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	1	2	3	4
22) I. NIEVO	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	1	2	3	4	5
23) E. FERMI	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	1	2	3	4	5	6
24) E. MAJORANA	8	9	10	11	12	13	14	15	16	1	2	3	4	5	6	7
25) U. DINI	9	10	11	12	13	14	15	16	1	2	3	4	5	6	7	8
26) L. NOBILI - A. LOMBARDINI	10	11	12	13	14	15	16	1	2	3	4	5	6	7	8	9
27) G. SPANO	11	12	13	14	15	16	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
28) A. SPALLANZANI	12	13	14	15	16	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
29) J. DA PONTE	13	14	15	16	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
30) G. GALILEI	14	15	16	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
31) G. MARINELLI	15	16	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
32) P. BORSELLINO E G. FALCO	16	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
33) J. SKODY	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16

Semifinale C - Classifica domande

Prima della fine del mondo	28	
Gli antenati Matemaya	30	
La città di Étal		76
La data sbagliata		66
A che ora è la fine del mondo?	35	
Le statue del tempio		66
Il Monumento di Étal	40	
La piscina di Mathcal	44	
Il successore	46	
Il quesito di Mathcal		100
Il polinomio divinatore	36	
Il doppio duello	38	
La piramide dei numeri	36	
Uno sport antico		94
La Terra rallenta!	47	
L'ordigno fine-di-mondo	50	



Cesenatico 2012

XIII GARA NAZIONALE A SQUADRE

Gara del pubblico – 5 Maggio 2012



ZANICHELLI 150¹⁸⁵⁹₂₀₀₉
Crescere a libri aperti

Istruzioni Generali

- Si ricorda che per ogni problema occorre indicare sul cartellino delle risposte un intero compreso tra 0000 e 9999.
- Se la quantità richiesta non è un numero intero, ove non altrimenti indicato, si indichi la sua parte intera.
- Se la quantità richiesta è un numero negativo, oppure se il problema non ha soluzione, si indichi 0000.
- Se la quantità richiesta è un numero intero maggiore di 9999, se ne indichino le ultime quattro cifre.
- Nello svolgimento dei calcoli può essere utile tener conto dei seguenti valori approssimati:

$$\sqrt{2} = 1.4142 \quad \sqrt{3} = 1.7321 \quad \sqrt{5} = 2.2361 \quad \sqrt{7} = 2.6458 \quad \pi = 3.1416.$$

Scadenze importanti

- **10 minuti dall'inizio:** termine ultimo per la scelta del problema Jolly (dopo verrà dato d'ufficio il primo problema).
- **30 minuti dall'inizio:** termine ultimo per rivolgere domande sul testo.
- **90 minuti dall'inizio:** termine della gara.

1. Il dragon radar

[10]

La giovane inventrice Bourba Kif è alla caccia di una sfera del drago. Giunge in una piazza circolare in cui è iscritto un triangolo isoscele di base $AB = 78$ metri e altezza $CH = 80$ metri. Bourba parte da C e quando raggiunge il centro della piazza consulta il dragon radar, scoprendo che la sfera si trova nel punto del lato BC a lei più vicino. Quanto vale come minimo la distanza totale da lei percorsa da quando è entrata nella piazza a quando raggiunge la sfera? Si risponda *in centimetri*.

2. Il tempo agli sgoccioli

[15]

Gonioku, Goniokhan e Vieta si allenano nella stanza dello spirito e del tempo per poter combattere Pell. Possono entrare nella stanza solo due per volta e una volta entrati devono allenarsi per un giorno intero. Hanno 4 giorni a disposizione. Allenandosi un giorno intero nella stanza dello spirito e del tempo l'aura di ciascuno dei guerrieri che si allena aumenta di 2000. Colui che rimane fuori dalla stanza non aumenta il proprio livello. I livelli iniziali di Gonioku, Goniokhan e Vieta sono rispettivamente 4379, 1581 e 2000. Per battere Pell la media geometrica delle loro aure dev'essere più alta possibile. Quanto può valere al massimo?

3. Il Massimo e Mr. Bobo

[20]

A Gonioku è preso un colpo quando ha visto che il Massimo assomiglia tantissimo al Grande Mago O-Piccolo. Mentre si allena con Mr. Bobo, questi gli spiega che i due esseri una volta erano uno solo e si sono divisi n anni fa, dove n si scrive $XABY$ in base 10. Determinare n sapendo che $XY = AB$ e che $XABY = B^8 - (A^5 + Y)(A + B)A$.

4. Legge Saiyan

[25]

Gonioku e Goniokhan si allenano, ma vogliono farlo alla pari. In ossequio alla legge Saiyan, scelgono un intero positivo n compreso tra 2 e 10000 (estremi compresi) e combattono entrambi con aura pari al minimo comune multiplo dei numeri da 1 a n . Gonioku però si sbaglia e calcola il minimo comune multiplo dei numeri da 1 a $n - 1$. Eppure i due Saiyan hanno effettivamente la stessa aura. Sapendo che i numeri primi fino a 10000 sono 1229, quanti sono i possibili valori di n affinché ciò accada?

5. Puntate interminabili

[30]

È giunto ormai sulla Terra il terribile Vieta (con aura 18000), e lo scontro con Gonioku si preannuncia lungo e difficile. In ogni puntata Gonioku può o raddoppiare la propria aura, o attaccare Vieta, sottraendo all'aura di quest'ultimo la propria. Non può ripetere la stessa azione per 3 puntate di seguito. Il combattimento finisce quando l'aura di Vieta va sotto zero. Vieta non fa niente di utile in tutto il combattimento. Se l'aura iniziale di Gonioku è 1, quante puntate al massimo può durare lo scontro?

6. Chi non ha testa abbia gambe

[35]

Tutti combattono e la ricerca delle sfere tocca alla coraggiosa Bourba, che si appresta ad esplorare un blocco di 12 piramidi a base quadrata, con le facce laterali triangolari equilatera di lato 16, disposte in un rettangolo 3×4 e tra loro adiacenti. Bourba si trova presso un vertice del rettangolo di base, ma il dragon radar rivela che deve cercare la sfera nella piramide il cui ingresso è proprio nel vertice opposto del rettangolo di base: deve aver sbagliato a consultare la mappa. Quanta strada deve fare come minimo, camminando sulla superficie delle piramidi, per arrivare all'ingresso? Si dia come risposta il quadrato della distanza minima.

7. Special pose

[40]

La squadra speciale Ginew sta provando una nuova special pose! I cinque guerrieri si dispongono ai vertici di un pentagono convesso $ABCDE$ tale che $AB = BE = EA$, inoltre BC è ortogonale a BD e a CE . Ginew non è mai contento e fa correggere continuamente le posizioni perché vuole che il perimetro misuri 120 metri esatti e l'area sia quella massima possibile. Quanti m^2 misura il pentagono quando Ginew è finalmente soddisfatto?

8. All'ultimo colpo

[45]

La finale del XXII torneo Tenkaichi vede scontrarsi Gonioku e Tensortanh. Al termine di un'estenuante battaglia, i due

concorrenti preparano le loro ultime mosse. Gonioku ha intenzione di usare l'onda Kamematica, e poi due colpi normali, dopodiché perderà tutte le energie e non potrà più agire; Tenshinhan elabora la stessa strategia, ma usa la Dodonpa al posto della Kamematica. A Gonioku per vincere basta colpire l'avversario con la Kamematica, o con entrambi i colpi normali; a Tensortanh serve colpire Gonioku con la Dodonpa e almeno un colpo normale. Sapendo che la Kamematica colpisce con probabilità $1/6$, la Dodonpa $3/4$, i colpi normali $4/5$ e che i due sfidanti si colpiscono a turno a partire da Gonioku, qual è la probabilità che finisca in parità con entrambi esausti ma non sconfitti? Come risposta fornire le prime 4 cifre dopo la virgola.

9. Assimilazione dispari Namecciana

[50]

Quando O-Piccolo affrontò Symmetrizer la prima volta, la sua aura valeva appena $n = 2^{2012}$. Accettò allora di assimilare i poteri di Nail, sperando di migliorare. Nail trovò quattro interi positivi *dispari* a, b, c e d tali che $d = \frac{a^n - b^n}{2^c}$, e scomparve portando l'aura di O-Piccolo al valore di 2^c . Qual è il minimo valore possibile per c ?

10. Potenza della fusion

[55]

Gonioku vide per la prima volta la fusion dance da due abitanti del pianeta Metamor. Normalmente serve che i due guerrieri che si uniscono abbiano la stessa aura, ma in quel caso riuscì anche se non fu così. In particolare, l'aura di uno dei due guerrieri era pari alla somma di tutti gli interi positivi di 3 cifre che contengono almeno una cifra 3 e quella del secondo era pari alla somma di tutti gli interi positivi di 3 cifre che contengono almeno una cifra 6. (In entrambi i casi la prima cifra sempre non nulla.) Il guerriero che emerse aveva aura pari alla somma dei due. Quanto valeva questo numero?

11. L'acqua di Kardanin

[60]

Il Massimo ha un timore reverenziale dei 5 Kartesiohshin, ai quali si è rivolto in passato più di una volta. Quando ha chiesto loro l'acqua miracolosa per la Torre di Kardanin, essi hanno testato la sua saggezza dando queste informazioni:

1. Sappi che l'acqua miracolosa è sia splendidamente colorata che assai saporita.
2. Certamente l'acqua miracolosa è assai saporita o quanto meno deliziosamente profumata.
3. Non credere alle voci che affermano che l'acqua sia colorata se e soltanto se non è saporita.
4. Dicono che se il terzo saggio è onesto, lo sarà anche il quinto? Se ciò fosse vero, in base alle mie informazioni, il primo e il secondo saggio sarebbero entrambi affidabili.
5. Sappi infine che l'acqua non è saporita o che, se è colorata, è sicuramente anche profumata!

Il Massimo è visibilmente in imbarazzo, ma Mr. Bobo gli rivela che uno ed uno solo di loro sta mentendo. Chi sta mentendo? E quali sono le proprietà dell'acqua? Scrivere nell'ordine il numero del saggio che mente e una combinazione di tre 0 e 1, che indicano rispettivamente se l'acqua miracolosa è saporita, colorata e profumata.

12. Infrastrutture galattiche

[65]

Symmetrizer vuole conquistare la galassia. Per questo, partendo dal pianeta Vieta ogni anno adottano la seguente politica della guerra e delle infrastrutture: prima viene conquistato un nuovo pianeta e poi vengono spesi 57 scudi galattici per creare o rinforzare strade tra i vari pianeti, dividendoli in parti uguali per ogni coppia di pianeti conquistati (lo scudo galattico, come è noto, ammette tutti i sottomultipli razionali ed è per questo una moneta molto usata nei pagamenti da dividere tra più persone). Dopo quanti anni avremo due pianeti collegati da una strada che vale almeno 113 scudi?

13. Avversari temibili

[70]

Prima del XXII torneo Tenkamatici, quando Gonioku era ancora inesperto, il Maestro Muten e l'Eremita della Gru, organizzarono un mini-torneo per tutti i loro allievi. Gli allievi dell'Eremita della Gru erano 10 in più di quelli del Maestro Muten, tra cui c'era anche Gonioku. Alla fine del mini-torneo, nel quale tutte le coppie si scontrarono una volta e non ci furono pareggi, il numero totale delle vittorie ottenute dagli allievi dell'Eremita fu esattamente 10 volte il numero delle vittorie degli allievi di Muten. Quanti combattimenti può aver vinto, al massimo Gonioku? (Nella risposta, usare le prime due cifre per indicare la soluzione nel caso in cui i partecipanti al torneo fossero il numero minimo possibile e le ultime due cifre per indicare la soluzione nel caso in cui i partecipanti al torneo fossero il numero massimo possibile.)

14. La macchina del tempo

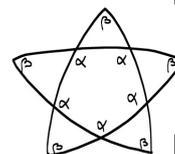
[70]

La nuova macchina del tempo inventata da Bourba ha la forma di un cubo di cristallo, dentro il quale è inscritta una sfera di vetro, al cui interno è iscritto un tetraedro regolare. Presi i 10 punti di contatto distinti sulla sfera di cubo e tetraedro, sia h la minima distanza in linea d'aria di due di essi. Sapendo che la sfera ha raggio 35 metri qual'è il massimo valore di h^2 in m^2 ?

15. La stella sulla sfera

[75]

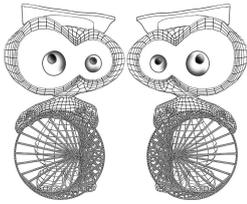
La sfera del drago a una stella è una sfera di raggio 1 dm con una stellina regolare a 5 punte sulla sua superficie. Questa stellina regolare è ottenuta da 5 archi di cerchio massimo come in figura. Sapendo che $\alpha = 140.4^\circ$ e $\beta = 72^\circ$, quanto misura l'area della stellina? Si chiede di rispondere *in millimetri quadrati*.



[80]

16. Bukujutsu

Prima di poter istruire Videl all'arte del volo, Gonioktan doveva insegnare a quest'ultima a controllare la propria energia interiore. Per aiutare Videl a mantenere la concentrazione, le suggerì di pensare a una sequenza di 10 numeri tale che ogni numero (tranne l'ultimo) dividesse il successivo. Quante sono le possibili sequenze con tale proprietà e che contengano solo interi compresi tra 1 e 23?



Cesenatico 2012

XIII GARA NAZIONALE A SQUADRE

Finale Nazionale – 5 Maggio 2012



ZANICHELLI 150¹⁸⁵⁹₂₀₀₉
Crescere a libri aperti

Istruzioni Generali

- Si ricorda che per ogni problema occorre indicare sul cartellino delle risposte un intero compreso tra 0000 e 9999.
- Se la quantità richiesta non è un numero intero, ove non altrimenti indicato, si indichi la sua parte intera.
- Se la quantità richiesta è un numero negativo, oppure se il problema non ha soluzione, si indichi 0000.
- Se la quantità richiesta è un numero intero maggiore di 9999, se ne indichino le ultime quattro cifre.
- Nello svolgimento dei calcoli può essere utile tener conto dei seguenti valori approssimati:

$$\sqrt{2} = 1.4142 \quad \sqrt{3} = 1.7321 \quad \sqrt{5} = 2.2361 \quad \sqrt{7} = 2.6458 \quad \pi = 3.1416.$$

Scadenze importanti

- **10 minuti dall'inizio:** termine ultimo per la scelta del problema Jolly (dopo verrà dato d'ufficio il primo problema).
- **30 minuti dall'inizio:** termine ultimo per rivolgere domande sul testo.
- **120 minuti dall'inizio:** termine della gara.

10 deboli avversari

1. Gli anni del drago

Dice la leggenda che chi trova le sette sfere del drago può evocare il drago Shannon, ed avere esaudito un desiderio. Però per evitarne un uso troppo frequente, il Massimo, creatore delle sfere, ha imposto la condizione che ciò sia possibile solo negli anni del drago, ovvero quelli la cui somma delle cifre è divisibile per 7. Quanti anni del drago ci sono dall'anno 1 all'anno 7050?

2. Alla caccia della sfera

La giovane inventrice Bourba Kif è alla caccia di una sfera del drago. Giunge in una piazza circolare in cui è inscritto un triangolo isoscele di base $AB = 32$ metri e altezza $CH = 63$ metri. Bourba parte da C e quando raggiunge il centro della piazza consulta il dragon radar, scoprendo che la sfera si trova nel punto del lato BC a lei più vicino. Quanto vale come minimo la distanza totale da lei percorsa da quando è entrata nella piazza a quando raggiunge la sfera? Si risponda *in centimetri*.

3. Aggiornare lo scouter

L'arrivo dei Saiyan minaccia il pianeta. Per affrontarli è necessario conoscere la loro forza, e così la brillante Bourba cerca di modificare lo scouter di Radicc in modo da fargli visualizzare numeri terrestri. Bourba ha scoperto che il suo funzionamento è basato su un polinomio $p(x) = x^3 + ax^2 + bx - 2012$. Sapendo che ha tre radici, tutte intere positive, e che $p(1) < -500$, quanto vale b ?

4. Rincorrere la scimmietta

Dopo il combattimento con Radicc, Gonioku si allena nell'aldilà, sul pianeta di Re Kartesioh. L'allenamento consiste nel prendere Bubbles, la scimmietta. Gonioku e Bubbles si rincorrono lungo l'equatore del piccolo pianeta la cui circonferenza misura 52 passi. I due partono a 25 passi di distanza e si muovono a turno, iniziando dalla scimmia. Bubbles prima di muoversi sceglie sempre la direzione per cui il primo passo lo allontana da Gonioku (se non è possibile, sceglie a caso). Al primo turno si muove di 1 passo, al secondo di 2, al terzo di 3 e così via. Gonioku si comporta similmente: sceglie sempre la direzione per cui il primo passo lo avvicina a Bubbles (se è indifferente, sceglie a caso) si muove di 1, 2, 3, ... passi nei vari turni. L'allenamento finisce quando Bubbles e Gonioku si trovano nello stesso luogo. (Se uno "supera" l'altro prima di terminare il movimento, l'allenamento continua.) Quanti passi hanno compiuto in tutto i due alla fine?

5. Puntate interminabili

È giunto ormai sulla Terra il terribile Vieta (con aura 9000), e lo scontro con Gonioku si preannuncia lungo e difficile. In ogni puntata Gonioku può o raddoppiare la propria aura, o attaccare Vieta, sottraendo all'aura di quest'ultimo la propria. Non può ripetere la stessa azione per 3 puntate di seguito. Il combattimento finisce quando l'aura di Vieta va sotto zero. Vieta non fa niente di utile in tutto il combattimento. Inoltre Gonioku è sportivo, quindi se in una puntata è in grado di sconfiggere Vieta, lo fa immediatamente. Se l'aura iniziale di Gonioku è 1, quante puntate al massimo può durare lo scontro?

6. Assimilazione namecciana

Un nuovo nemico minaccia il pianeta: i terribili cyborg del Dr. Zero. O-Piccolo viene subito sconfitto e decide di fondersi con il Massimo, da cui si era separato molti anni prima. In questo modo le aure dei due si comporranno come in queste equazioni

$$\begin{aligned} C^2 &= E \\ BA \cdot B &= ECE \\ AB \cdot CBA &= EDDDE \end{aligned}$$

dove si sa soltanto che a lettera uguale corrisponde cifra uguale e che $E \neq 0$. Quanto devono valere le diverse cifre perché la assimilazione sia corretta? Si dia come risposta $ABCD$.

7. L'essere perfetto

Per diventare l'essere perfetto, l'androide cellulare Pell deve assorbire i cyborg C-17 e C-18. Per prepararsi scompone n , la propria aura attuale, nel prodotto di due fattori interi positivi; se Pell assorbirà C-17, la sua aura aumenterà di 17 volte il primo fattore, mentre se assorbirà C-18, la sua aura aumenterà di 18 volte il doppio del secondo fattore. Sapendo che in questo modo l'aura di Pell diventerà 8128 e che i due fattori di n hanno la minima differenza possibile, quanto vale n ?

8. Cell game

Per ospitare gli altri guerrieri al suo torneo, Pell prepara prima una piazza a forma di esagono regolare dalla superficie di 15351 m^2 , poi congiunge ogni vertice con i due che non sono né adiacenti né diametralmente opposti. Si disegna in questo modo un esagono più piccolo al centro della piazza, che sarà rialzato e diventerà il ring per il combattimenti. Quanti m^2 misura la superficie del ring?

9. Torneo Tenkamatici

Gonioku, Vieta, Gonioktan e O-Piccolo sono arrivati ai quarti di finale del torneo Tenkamatici assieme ad altri 4 concorrenti. Si sa che ciascuno di loro risulta sempre vincente contro chiunque degli altri 4 e che Gonioku vince qualunque incontro. Il torneo è uno contro uno a eliminazione diretta. Sapendo che all'inizio dei quarti di finale gli abbinamenti vengono fatti in modo casuale, qual è la probabilità che Gonioku affronti Vieta, Gonioktan e O-Piccolo (in un ordine qualsiasi) entro la conclusione del torneo? Come risposta fornire le prime 4 cifre dopo la virgola.

10. Cavalieri e furfanti nell'aldilà

Le quattro galassie dell'aldilà hanno tutte lo stesso numero di abitanti, 2496, numerati da 1 a 2496. Gli abitanti della Galassia del Nord e di quella del Sud parlano spesso gli uni degli altri. Per $n = 1, 2, \dots, 1248$,

- Quello del Nord di numero $2n - 1$ dice: "Almeno n abitanti della Galassia del Sud sono cavalieri."
- Quello del Nord di numero $2n$ dice: "Almeno n abitanti della Galassia del Sud sono furfanti."

e altrettanto dicono quelli del sud sugli abitanti della Galassia del Nord. Gli abitanti delle altre due galassie tendono invece a parlare dell'aldilà nel suo complesso. Per $n = 1, 2, \dots, 2496$,

- Quello dell'Est di numero n dice: "Almeno n abitanti dell'aldilà sono cavalieri."
- Quello dell'Ovest di numero n dice: "Almeno n abitanti dell'aldilà sono furfanti."

Premesso che, anche nell'aldilà, un cavaliere dice sempre il vero e un furfante dice sempre il falso, quanti sono come minimo i cavalieri tra gli abitanti di tutte le galassie?

14 scontri impegnativi**11. Un torneo impegnativo**

Prima del XXII torneo Tenkamatici, quando Gonioku era ancora inesperto, il Maestro Muten e l'Eremita della Gru, organizzarono un mini-torneo per tutti i loro allievi. Gli allievi dell'Eremita della Gru erano 9 in più di quelli del Maestro Muten, tra cui c'era anche Gonioku. Alla fine del mini-torneo, nel quale tutte le coppie si scontrarono una volta e non ci furono pareggi, il numero totale delle vittorie ottenute dagli allievi dell'Eremita fu esattamente 9 volte il numero delle vittorie degli allievi di Muten. Quanti combattimenti può aver vinto, al massimo Gonioku? (Nella risposta, usare le prime due cifre per indicare la soluzione nel caso in cui i partecipanti al torneo fossero il numero minimo possibile e le ultime due cifre per indicare la soluzione nel caso in cui i partecipanti al torneo fossero il numero massimo possibile.)

12. Le dieci domande

Nella torre di Kardanin è custodita un'acqua che può aumentare la forza di chi le beve, ma per averla occorre scalare la torre, superare in abilità il maestro Kardanin e soprattutto trovare le risposte a 10 domande, che sono tutte cifre da 1 a 9. A complicare le cose, la prima domanda è scritta in una lingua sconosciuta.

1. 
2. Quante di queste domande hanno come risposta un numero primo?
3. Qual è la distanza tra questa domanda e la prima domanda con risposta 4?
4. Risposta della domanda 6 meno 2.
5. Risposta alla domanda 2 meno la risposta alla domanda 3.
6. Quantità di risposte pari meno quantità di risposte dispari.
7. Doppio della somma delle risposte alle domande 5 e 3.
8. Quadrato della risposta alla domanda 2, diminuito di 1.
9. Quante cifre diverse compaiono tra le risposte?
10. Quantità di cifre che compaiono almeno due volte come risposte, diminuita di 3.

Nella soluzione fornire nell'ordine le risposte alle domande 2, 4, 9 e 10

13. Il Massimo e Mr. Bobo

Gonioku si allena dal Re Kartesioh per affrontare Vieta; nel frattempo il Massimo e Mr. Bobo, nel santuario, ingannano il tempo con un gioco per soli immortali. Si tratta di vedere chi riesce a trovare il maggior numero di coppie ordinate (a, b) di numeri interi positivi tali che $\sqrt{a-1} + \sqrt{b-1} = \sqrt{ab-1}$. Per evitare che il gioco duri troppo, Mr. Bobo suggerisce di limitarsi ponendo $a, b \leq 2012$. Quante coppie potranno trovare al massimo?

14. È oltre novemila!

Re Kartesioh ama vedere e rivedere la registrazione del combattimento tra Gonioku e Vieta, quando Gonioku ricorse al Kartesioh-ken, la tecnica segreta per aumentare l'aura. Funziona così: se l'aura di Gonioku vale n , Gonioku considera il polinomio $x^2 - mx + n$; ne prende le radici (che esistono e sono intere) a e b con $a > b$; le corregge in $a - 1$ e $b + 1$; considera infine il polinomio monico¹ con questi nuovi valori come radici. La sua aura vale allora il nuovo termine noto. Gonioku può usare questa tecnica una volta al minuto. Dopo un'ora di furioso combattimento Vieta non crede al suo scouter: l'aura di Gonioku ha appena superato 9000. Sapendo che m è il più piccolo intero positivo per cui l'aura supera 9000 senza mai uguagliarlo esattamente, quanto valeva l'aura di Gonioku prima che cominciasse ad usare il Kartesioh-ken?

15. Le sfere di Namecc

Dopo un periodo di pace, l'intrepida Bourba si reca sul pianeta Namecc per cercare le sfere del drago originali. Queste sono diverse da quelle terrestri: sono comunque 7, ma ciascuna riporta un numero da 0 a 3. Denotiamo con A, B, C e D la quantità di sfere con i numeri 0, 1, 2 e 3 rispettivamente. Bourba osserva che ognuno dei due numeri di quattro cifre $ACBD$ e $ACDB$ (letti in base 10) ha una rappresentazione con esattamente 7 cifre in base 4 (senza zeri all'inizio) che può essere scritta con le sfere di Namecc. Qual è il numero $ABCD$?

16. Lo scouter difettoso

Finalmente uscito dalla vasca di rianimazione, Gonioku è pronto per affrontare Symmetrizer. Questi, non sapendo percepire l'aura dei nemici, si affida al suo scouter mal funzionante. Riesce a capire che l'aura di Gonioku è un intero positivo di 7 cifre, che 4 di queste sono zeri (ma non la prima) e che questo numero è multiplo di 3 ma non di 4. Symmetrizer suppone per semplicità che l'aura di Gonioku possa essere con uguale probabilità uno qualunque dei numeri che soddisfano le condizioni. Sa inoltre che la propria aura è 7000000. Qual è la probabilità che quella di Gonioku sia maggiore? Come risposta fornire le prime 4 cifre dopo la virgola.

17. Super Saiyan

Quando Symmetrizer uccide il suo amico Coriolin, Gonioku incanala la propria rabbia e diventa Super Saiyan. La sua aura aumenta fino ad un valore astronomico: un quadrato perfetto di 8 cifre (la prima diversa da zero). Le 4 cifre a sinistra formano un numero n che era l'aura di Coriolin, le 4 cifre a destra formano il numero $n + 1$. Quanto valeva l'aura di Coriolin?

¹Un polinomio si dice *monico* se il coefficiente del termine di grado maggiore è 1.

18. Le sfere terrestri

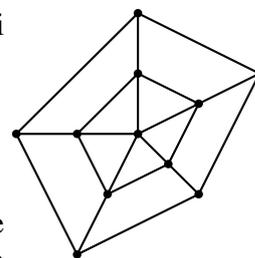
Le sette sfere del drago del pianeta Terra hanno ciascuna un diverso numero da 1 a 7. Dopo l'ultima evocazione del drago, si sono disperse nei 10 distretti mondiali, numerati da 1 a 10. Il dragon radar rivela che le sfere si sono disposte in modo particolare: in ogni distretto ce n'è al più una e per ciascuna di esse, se si fa il prodotto fra il numero della sfera e quello del distretto in cui è finita e poi si divide per 11, si ottiene sempre lo stesso resto. Si sa inoltre che la sfera con 3 stelle non si trova nei primi due distretti, e che il distretto 8 non contiene alcuna sfera. Con queste poche informazioni la geniale Bourba ricostruisce la posizione di tutte le sfere. Determinare i prodotti fra il numero di ciascuna sfera e quello del distretto in cui si trova, e fornire la somma.

19. Il maniero di Mr. Satan

Mr. Satan, considerato il più forte esperto di arti marziali del mondo, si sta facendo costruire una dimora che metta in ombra tutte le case dei vicini... letteralmente. Mr. Satan ha chiesto che l'edificio sia un parallelepipedo rettangolo di $105 \times 77 \times 36$ metri, ma non ha specificato quale di queste tre misure deve essere l'altezza: egli vuole soltanto che sia posizionato in modo da massimizzare l'area della zona ombreggiata per terra quando la luce solare proverrà da sud e inciderà a 45° sul terreno. (Il terreno sotto l'edificio non è considerato ombreggiato.) Quanti m^2 misura quest'area?

20. L'arcipelago

Pell sta cercando C-18, che si nasconde in un arcipelago formato da 11 isole e 20 ponti (come in figura), Pell ha 3 mosse possibili:



1. distruggere un'isola: tempo impiegato 10 minuti;
2. distruggere un ponte: tempo impiegato 3 minuti;
3. percepire C-18: tempo impiegato 1 min.

Quando Pell distrugge un'isola, vengono distrutti tutti i ponti ad essa collegati e anche C-18 se presente su quell'isola. Quando percepisce C-18, scopre temporaneamente in quale isola si trova, ma sa che C-18 si sposterà istantaneamente in una a caso delle isole raggiungibili tramite i ponti (eventualmente anche la stessa).

Qual è il più piccolo n per cui Pell ha una strategia che gli garantisce di distruggere C-18 in al più n minuti?

21. Chi vola e chi cammina

Tutti combattono e la ricerca delle sfere tocca alla coraggiosa Bourba, che si appresta ad esplorare un blocco di 6 piramidi a base quadrata, con le facce laterali triangolari equilateri di lato 15, disposte in un rettangolo 3×2 e tra loro adiacenti. Bourba si trova presso un vertice del rettangolo di base, ma il dragon radar rivela che deve cercare la sfera nella piramide il cui ingresso è proprio nel vertice opposto del rettangolo di base: deve aver sbagliato a consultare la mappa. Quanta strada deve fare come minimo, camminando sulla superficie delle piramidi, per arrivare all'ingresso? Si dia come risposta il quadrato della distanza minima.

22. Fusion dance

Gonioku vide per la prima volta la fusion dance da due abitanti del pianeta Metamor. Normalmente serve che i due guerrieri che si uniscono abbiano la stessa aura, ma in quel caso riuscì anche se non fu così. In particolare, l'aura di uno dei due guerrieri era pari alla somma di tutti i numeri interi tra 0 e 999 che contengono almeno una cifra 3 e quella del secondo era pari alla somma di tutti i numeri interi tra 0 e 999 che contengono almeno una cifra 6. Il guerriero che emerse aveva aura pari alla somma dei due. Quanto valeva questo numero?

23. La sfera genkidama

Siccome nessuno è abbastanza forte da sconfiggere Margin Bu, Gonioku lo affronta con la sfera genkidama, che prende energia da tutti gli esseri viventi dell'universo. In realtà, se si associano gli esseri viventi ai numeri interi relativi, si scopre che sono utili solo quelli che risultano essere *amplificati* da almeno un altro essere vivente. Per come funziona la tecnica, dati due interi x e y , si ha che x è amplificato da y se e soltanto se $x^2y^2 - 192xy + 5776 = 16x^2 + 25y^2$. Quanti sono in tutto l'universo gli esseri viventi utili alla genkidama?

24. L'evocazione del drago

Per l'ultima volta i nostri eroi hanno raccolto le 7 sfere del drago, ma il rituale per evocare Shannon è più complicato del solito. Dispongono le sfere sui vertici di un ettagono regolare $ABCDEFG$ di centro O e di area $4095 m^2$. Il drago uscirà da un punto P che deve essere interno all'ettagono, stare sulla circonferenza passante per O , A e B e tale che $(PA - PB) : AB = 2 : 3$. Per invocare il drago, oltre a recitare la formula magica dovranno anche dire l'area di PAB , in m^2 . Che numero dovranno dire?

01) G. OBERDAN	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	
02) LEONARDO DA VINCI	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
03) G. MARINELLI	1	3	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
04) N. COPERINICO	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
05) G. MARCONI	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
06) A. ROMITA	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
07) A. CALINI	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
08) G.D. CASSINI	1	3	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
09) LEONARDO	1	3	2	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
10) G. MARCONI	1	1	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
11) I. VIAN	1	1	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
12) L. RESPIGHI	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
13) U. MASOTTO	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
14) BELFIORE	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
15) G. GALILEI	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
16) G. ALESSI	1	1	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
17) C. CATTANEO	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
18) LEONARDO DA VINCI	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
19) A. RIGHI	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
20) F. VERCELLI	1	5	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
21) F. PAULUCCI DI CALBOLI	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
22) G. BANZI BAZOLI	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
23) A. PACINOTTI	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
24) E. FERMI	1	3	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
25) A. MORO	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
26) G. FERRARIS	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
27) E. MAJORANA	1	2	2	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
28) V. VOL TERRA	1	6	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
29) G. GALILEI	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
30) VIANU	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
31) ALTON COLLEGE	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
32) FAZEKAS	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
33) J. SKODY	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24

Gli anni del drago

Alla caccia della sfera

Aggiornare lo scouter

Rincorrere la scimmietta

Puntate interminabili

Assimilazione namecciana

L'essere perfetto

Cell game

Torneo Tenkamatici

Cavalieri e furfanti nell'ald...

Un torneo impegnativo

Le dieci domande

Il Massimo e Mr. Bobo

È oltre novemilai

Le sfere di Namecc

Lo scouter difettoso

Super Saiyan

Le sfere terrestri

Il maniero di Mr. Satan

L'arcipelago

Chi vola e chi cammina

Fusion dance

La sfera genkidama

L'evocazione del drago

Finale - Classifica domande

106

56

26

69

42

28

68

26

33

75

95

49

40

86

56

44

95

32

54

110

68

55

49

132

00:00

Gara	ID	Nome	Punt.iniziale	Risposta
Semifinale A	1	L'ultima pietra	20	8370
Semifinale A	2	Terrore tecnologico	20	0891
Semifinale A	3	Profezia in scatola	20	3988
Semifinale A	4	The Matrix	20	1824
Semifinale A	5	Deep impact	20	1343
Semifinale A	6	Sta scritto	20	0266
Semifinale A	7	First Impact	20	1256
Semifinale A	8	Calcolo alieno	20	0225
Semifinale A	9	Segreti perduti	20	5904
Semifinale A	10	Tentare la sorte	20	0914
Semifinale A	11	Inseguimento	20	1388
Semifinale A	12	L'ennesimo segno	20	0167
Semifinale A	13	Cavalieri di altri lidi	20	5157
Semifinale A	14	Una nuova speranza	20	1034
Semifinale A	15	Accuratezza egizia	20	0978
Semifinale A	16	Le dodici scimmie	20	0022
Semifinale B	1	Il Male Assoluto	20	0946
Semifinale B	2	Io sono leggenda	20	0009
Semifinale B	3	Armageddon	20	0708
Semifinale B	4	La bestia	20	0204
Semifinale B	5	Ultima strategia	20	5026
Semifinale B	6	Il risveglio del caos	20	0229
Semifinale B	7	Outlanders	20	4418
Semifinale B	8	Klaatu barada nikto	20	0609
Semifinale B	9	Agilità aliena	20	1250
Semifinale B	10	Profezie marziane	20	2100
Semifinale B	11	Menzogne disperate	20	4887
Semifinale B	12	Amare la bomba	20	1309
Semifinale B	13	La morte e la strega	20	8478
Semifinale B	14	Non è una luna quella	20	0708
Semifinale B	15	Everyone else	20	6276
Semifinale B	16	Skynet	20	7680
Semifinale C	1	Prima della fine del mondo	20	1911
Semifinale C	2	Gli antenati Matemaya	20	1716
Semifinale C	3	La città di Étal	20	6500
Semifinale C	4	La data sbagliata	20	0997
Semifinale C	5	A che ora è la fine del mondo?	20	0936
Semifinale C	6	Le statue del tempio	20	0507
Semifinale C	7	Il Monumento di Étal	20	0060
Semifinale C	8	La piscina di Mathcal	20	0448
Semifinale C	9	Il successore	20	4025
Semifinale C	10	Il quesito di Mathcal	20	1700
Semifinale C	11	Il polinomio divinatorio	20	0503
Semifinale C	12	Il doppio duello	20	0585
Semifinale C	13	La piramide dei numeri	20	2005
Semifinale C	14	Uno sport antico	20	0222
Semifinale C	15	La Terra rallenta!	20	5551
Semifinale C	16	L'ordigno fine-di-mondo	20	0300

Gara	ID	Nome	Punt.iniziale	Risposta
Finale	1	Gli anni del drago	20	1005
Finale	2	Alla caccia della sfera	20	4178
Finale	3	Aggiornare lo scouter	20	2016
Finale	4	Rincorrere la scimmietta	20	0961
Finale	5	Puntate interminabili	20	0037
Finale	6	Assimilazione namecciana	20	7310
Finale	7	L'essere perfetto	20	4425
Finale	8	Cell game	20	5117
Finale	9	Torneo Tenkamatici	20	2285
Finale	10	Cavalieri e furfanti nell'aldilà	20	8112
Finale	11	Un torneo impegnativo	20	1109
Finale	12	Le dieci domande	20	3261
Finale	13	Il Massimo e Mr. Bobo	20	4026
Finale	14	È oltre novemila!	20	4150
Finale	15	Le sfere di Namecc	20	4210
Finale	16	Lo scouter difettoso	20	3333
Finale	17	Super Saiyan	20	6099
Finale	18	Le sfere terrestri	20	0162
Finale	19	Il maniero di Mr. Satan	20	8925
Finale	20	L'arcipelago	20	0049
Finale	21	Chi vola e chi cammina	20	4275
Finale	22	Fusion dance	20	0729
Finale	23	La sfera genkidama	20	0040
Finale	24	L'evocazione del drago	20	0325
Finale Pubblico	1	Il dragon radar	10	7120
Finale Pubblico	2	Il tempo agli sgoccioli	15	7980
Finale Pubblico	3	Il Massimo e Mr. Bobo	20	6231
Finale Pubblico	4	Legge Saiyan	25	8719
Finale Pubblico	5	Puntate interminabili	30	0041
Finale Pubblico	6	Chi non ha testa abbia gambe	35	9472
Finale Pubblico	7	Special pose	40	0843
Finale Pubblico	8	All'ultimo colpo	45	0840
Finale Pubblico	9	Assimilazione dispari Namecciana	50	2015
Finale Pubblico	10	Potenza della fusion	55	8848
Finale Pubblico	11	L'acqua di Kardanin	60	5110
Finale Pubblico	12	Infrastrutture galattiche	65	0113
Finale Pubblico	13	Avversari temibili	70	0611
Finale Pubblico	14	La macchina del tempo	70	1035
Finale Pubblico	15	La stella sulla sfera	75	3141
Finale Pubblico	16	Bukujutsu	80	3386