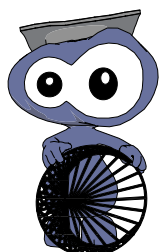


Numero Identificativo

Spazio riservato
alla commissione
per il punteggio



XXX Olimpiade Italiana di Matematica

Cesenatico, 9 maggio 2014

(Da riempirsi in **stampatello** a cura dello studente)

Cognome: _____

Nome: _____

Luogo e data di nascita: _____

Cittadinanza: _____

Codice Fiscale: _____

Indirizzo: _____

CAP: _____ Città: _____

Provincia: _____

Telefono: _____

Cellulare: _____

e-mail: _____

Scuola di appartenenza: _____

Indirizzo scuola: _____

Anno di corso: _____ Classe e sezione: _____

Tabella riassuntiva di autovalutazione
Barrare con una crocetta le caselle opportune

Esercizio Numero	1	2	3	4	5	6
Risolto						
Parzialmente risolto						
Non risolto						

Ai sensi dell'art. 10 della legge 31 dicembre 1996, n. 675, concernente la "Tutela delle persone e di altri soggetti rispetto al trattamento di dati personali", l'Unione Matematica Italiana e la Scuola Normale Superiore informano che i dati comunicati col presente modulo rimarranno riservati e non comunicati ad altri. Tali dati verranno usati esclusivamente per la corretta gestione delle Olimpiadi della Matematica e delle manifestazioni collegate.



Main Partner

Visitate il sito internet delle olimpiadi:
<http://olimpiadi.dm.unibo.it>
ed il forum delle olimpiadi: <http://www.oliforum.it>

ZANICHELLI

1. Per ogni numero naturale n di 3 cifre decimali (quindi con la prima cifra diversa da zero), consideriamo il numero n_0 ottenuto da n eliminando le sue eventuali cifre uguali a zero. Per esempio, se $n = 205$ allora $n_0 = 25$.

Determinare il numero degli interi n di tre cifre per i quali n_0 è un divisore di n diverso da n .

2. Sia ABC un triangolo tale che, detto H il piede dell'altezza condotta da C , si ha $AH = 3 \cdot HB$. Siano inoltre:
- M il punto medio di AB ;
 - N il punto medio di AC ;
 - P il punto dal lato opposto di B rispetto alla retta AC tale che $NP = NC$ e $PC = CB$.
- Dimostrare che $\widehat{APM} = \widehat{PBA}$.

- 3.** Per ogni intero positivo n , sia D_n il massimo comune divisore di tutti i numeri della forma $a^n + (a+1)^n + (a+2)^n$ al variare di a fra tutti gli interi positivi.
- (a) Dimostrare che, per ogni n , D_n è della forma 3^k per qualche intero $k \geq 0$.
 - (b) Dimostrare che, per ogni $k \geq 0$, esiste un intero n tale che $D_n = 3^k$.

4. Su una circonferenza di centro A e raggio R vengono presi nell'ordine quattro punti distinti B, C, G, H in modo tale che G giaccia sul prolungamento della mediana del triangolo ABC condotta da B , e H giaccia sul prolungamento dell'altezza di ABC condotta da B . Detta X l'intersezione fra le rette AC e GH , si dimostri che il segmento AX è lungo $2R$.

5. Dimostrare che esiste un intero positivo che può essere scritto come somma di 2015 potenze 2014-esime distinte di interi positivi $x_1 < x_2 < \cdots < x_{2015}$ in almeno due modi.

6. Una scacchiera quadrata $(2n + 1) \times (2n + 1)$, con $n > 0$, è colorata in modo tale che ogni casella sia bianca o nera. Una casella è detta *speciale* se ci sono almeno altre n caselle dello stesso colore nella sua riga, e almeno altre n caselle dello stesso colore nella sua colonna.
- (a) Dimostrare che esistono almeno $2n + 1$ caselle speciali.
 - (b) Fornire un esempio in cui ci siano al più $4n$ caselle speciali.
 - (c) Determinare, in funzione di n , quale è il minimo numero possibile di caselle speciali.