

Algebra - polinomi 1

Esercizio 1. Per ognuno dei seguenti polinomi calcolare il grado, il coefficiente del termine di grado più alto (coefficiente direttore) e il termine noto.

Polinomio	Grado	Coeff. dir.	T. noto
$1 + 2x + x^2$			
$x^3 - 3x^5 + 2x - 7$			
$(x^2 - x^3 + 4x) + (x^3 - 0.7x^2 + 7)$			
$x(x - 0.5)^2$			
$(1 + x)(1 + x^2)(1 + x^3) \cdots (1 + x^{100})$			
$(1 + x)(1 + x^2)(1 + x^4)(1 + x^8)(1 + x^{16})$			
$(x^2 - 2x - 1)^{2018} - (1 + 2x - x^2)^{2018}$			
$(x^4 - 7x + 2)^{2018} - (2x^8 + 8x^5 + 5x)^{2019}$			

Esercizio 2. Per ognuno dei seguenti polinomi, calcolare il coefficiente della potenza della x indicata.

Polinomio	Potenza della x	Coefficiente
$(x + 1)^5$	x^3	
$(x^2 + 1)^5$	x^3	
$(1 + x)(1 + x^2)(1 + x^4)(1 + x^8)(1 + x^{16})$	x^7	
$(1 + x)(1 + x^2)(1 + x^3)(1 + x^4)(1 + x^5)$	x^7	
$(x^2 + 1)^3 - (x^3 + 1)^2$	x^2	
$(x^2 + 1)^3 - (x^2 - 1)^3$	x^8	
$(2x^2 + 7)^4 - (x - 1)^2$	x^9	
$(x^2 - 3) * (x^4 - 2x^2 + 1) - (1 + 2x^2)^3$	x^7	

Esercizio 3. In ogni riga sono dati l'insieme dei coefficienti e alcune condizioni per un polinomio $p(x)$. Si chiede di determinare il minimo valore possibile di $|p(a)|$ per il valore di a assegnato.

Coefficienti	Condizione1	Condizione2	Condizione3	Valore di a	Minimo di $ p(a) $
\mathbb{Z}	$\deg p(x) = 2$	$p(1) = 2$	$p(2) = 1$	$a = 0$	
\mathbb{R}	$p(0) = 0$	$p(1) = 2$	$3p(2) \in \mathbb{Z}$	$a = 3$	
\mathbb{Q}	$5p(x) \in \mathbb{Z}[x]$	$p(1) = 1$	$p(2) = 2$	$a = 3$	
\mathbb{Z}	$p(1) = -2$	$p(0) = 10$	$p(-1) = 2$	$a = 2$	

Esercizio 4. Qual è la somma dei coefficienti del polinomio

$$p(x) = (x^{21} + 4x^2 - 3)^{2013} - (x^{21} + 4x^2 + 3)^{671} + x^3 8 + 11x^6 ?$$

Esercizio 5. Sia $p(x)$ un polinomio a coefficienti interi tale che $p(2) = a$, $p(a) = a + 2$. Determinare i possibili valori di a .

Esercizio 6. Dati $a, b, c \in \mathbb{R}$ distinti, dimostrare l'identità

$$\frac{(x - a)(x - b)}{(c - a)(c - b)} + \frac{(x - b)(x - c)}{(a - b)(a - c)} + \frac{(x - c)(x - a)}{(b - c)(b - a)} = 1.$$

Esercizio 7. Sia $p(x)$ il polinomio tale che, per n intero positivo, $p(n)$ è la somma delle quinte potenze dei numeri da 1 a n . Quanto vale $p(-1)$? Quanto vale $p(-n)$? E se consideriamo le potenze quarte?