

Algebra - polinomi 2

Esercizio 1. Per ognuna delle seguenti coppie di polinomi $p(x)$ e $q(x)$, calcolare il quoziente $h(x)$ e il resto $r(x)$ della divisione $p(x) : q(x)$, determinare l'MCD tra loro $m(x)$ e trovare due polinomi $a(x), b(x)$ tali che $m(x) = a(x)p(x) + b(x)q(x)$.

$p(x)$	$q(x)$	$h(x)$	$r(x)$	$m(x)$	$a(x)$	$b(x)$
$x^4 + 1$	$x^2 + 1$					
$x^5 - 2x^3 - x^2 + 2$	$2x^2 - 4$					
$2x^3 + x^2 + 4x + 2$	$x^3 + 2x$					
$1 + x + x^2 + x^3 + x^4 + x^5$	$1 + x + x^2$					
$x^5 + 1$	$x^3 - 1$					
$x^7 + x + 1$	$x^2 - x + 7$					

Esercizio 2. Scomporre i seguenti polinomi in fattori irriducibili su \mathbb{R} (si supponga $a \in \mathbb{R}$).

$$x^4 + a^2, \quad x^3 - 2x^2 + 3x - 2, \quad x^4 - 5x^2 + 6, \quad x^6 - a^2.$$

Esercizio 3. Scomporre su \mathbb{R} il polinomio

$$1 + x + x^2 + x^3 + \dots + x^{1023}$$

Esercizio 4. Scomporre i seguenti polinomi in fattori irriducibili su \mathbb{R} .

$$x^5 - 1, \quad x^6 + 3x^3 - 2, \quad x^4 + 2x^3 + 2x^2 + 1.$$

Esercizio 5. Sia α una radice reale del polinomio $x^3 - x + 1$. Quanto vale $\alpha^9 + 3\alpha^6 + 2\alpha^3$?