

Algebra - polinomi in \mathbb{Z}

Esercizio 1. Determinare le eventuali radici razionali dei seguenti polinomi a coefficienti interi.

| Polinomio | Radici razionali |
|--|------------------|
| $2x^3 - x^2 + x + 1$ | |
| $6x^4 - 3x^3 + x^2 - 2x - 2$ | |
| $3x^4 - x^3 - (23x^2)/3 - (13x)/3 - 2/3$ | |
| $30x^6 + 20x^5 - 45x^4 - 48x^3 - 12x^2 + 27x + 18$ | |
| $3x^3 + 2x^2 + \sqrt{5}x - 8$ | |
| $x^7 + x^6 + \dots + x + 1$ | |

Esercizio 2. Dire, per ognuna delle seguenti affermazioni su $p(x) \in \mathbb{Z}[x]$, se è vera o falsa.

| Affermazione | V/F |
|--|-----|
| Se 3 è una radice, $p(10)$ è multiplo di 7 | |
| Se $p(11)$ è multiplo di 6, 5 è una radice | |
| Se $p(0)$ e $p(1)$ sono pari, allora $p(n)$ è pari per ogni $n \in \mathbb{Z}$ | |
| Se $p(0)$ e $p(4)$ sono pari, allora $p(n)$ è pari per ogni $n \in \mathbb{Z}$ | |
| Se $p(1)$ e $p(3)$ sono pari, allora $p(n)$ è pari per ogni $n \in \mathbb{Z}$ | |
| Se $p(0)$ e $p(1)$ non sono multipli di 3, allora $p(n)$ non è multiplo di 3 per ogni $n \in \mathbb{Z}$ | |
| Se $p(0)$ è multiplo di $k \in \mathbb{Z}$, allora lo è $p(mk)$ per ogni $m \in \mathbb{Z}$ | |
| E' impossibile che $p(2) = 2$, $p(4) = a \in \mathbb{Z}$, $p(a) = 7$ | |
| Se $p(3) = a$ e $p(a) = 5$, allora $a < 0$ | |