

## Geometria - vettori 2

**Esercizio 1.** Siano  $A$  e  $B$  due punti e sia  $\lambda \in \mathbb{R}$ , con  $\lambda \neq 1$ . Consideriamo il vettore  $\vec{P} = \lambda\vec{A} + (1 - \lambda)\vec{B}$ .

1. Dimostrare che il punto  $P$  è interno al segmento  $AB$  se e solo se  $0 < \lambda < 1$ .
2. Dimostrare che il punto  $P$  si trova sulla semiretta uscente da  $A$  che non contiene  $B$  se e solo se  $\lambda > 1$ .
3. Dimostrare che il punto  $P$  si trova sulla semiretta uscente da  $B$  che non contiene  $A$  se e solo se  $\lambda < 0$ .

**Esercizio 2.** Sia  $ABC$  un triangolo e sia  $D$  sulla retta  $AB$  il piede della bisettrice esterna da  $C$ . Determinare  $\lambda$  tale che  $\vec{D} = \lambda\vec{A} + (1 - \lambda)\vec{B}$ .

**Esercizio 3.** Sia  $ABC$  un triangolo e sia  $P$  sul segmento  $AB$  il punto in cui la circonferenza inscritta è tangente al lato  $AB$ ; determinare  $\lambda \in \mathbb{R}$  tale che  $\vec{P} = \lambda\vec{A} + (1 - \lambda)\vec{B}$ .

**Esercizio 4.** Sia  $ABC$  un triangolo rettangolo in  $A$ . Scrivere, in termini di  $\vec{A}$ ,  $\vec{B}$ ,  $\vec{C}$ , ortocentro, baricentro e circocentro di  $ABC$  e verificare che sono allineati.

**Esercizio 5.** Siano  $A_1, \dots, A_n$ ,  $B_1, \dots, B_n$  punti del piano tali che esiste  $\vec{P}$  per cui  $\vec{A}_j = \vec{B}_j + \vec{P}$  per  $j = 1, \dots, n$ . Mostrare che i poligoni  $A_1 \dots A_n$  e  $B_1 \dots B_n$  sono congruenti.

**Esercizio 6.** Sia  $ABCD$  un quadrilatero inscritto in una circonferenza di centro  $O$ ; siano  $G_A, G_B, G_C, G_D$  i baricentri di  $BCD, CDA, DAB, ABC$  rispettivamente.

1. Esprimere i vettori  $\vec{G}_A, \vec{G}_B, \vec{G}_C, \vec{G}_D$  in termini dei vettori  $\vec{A}, \vec{B}, \vec{C}, \vec{D}$ .
2. Mostrare che esistono un vettore  $\vec{X}$  e un numero reale  $k$  tali che  $\vec{G}_A = k\vec{A} + \vec{X}$  e così via.
3. Concludere che anche il quadrilatero  $G_A G_B G_C G_D$  è inscrittibile e determinare il centro della sua circonferenza circoscritta.