Geometria - distanze tra punti notevoli

Nota: In alcuni esercizi sarà necessario scegliere opportunamente l'origine.

Esercizio 1. Calcolare la distanza tra il centro della circonferenza di Feuerbach e l'incentro, in funzione del raggio della circoscritta e dei lati del triangolo.

Esercizio 2. Calcolare le distanze GI, IH e GH e determinare se il triangolo GHI è acutangolo, rettangolo o ottusangolo.

Esercizio 3. Dati tre punti O, P, Q, si consideri

$$\vec{R} = \frac{\langle \vec{P}, \vec{Q} \rangle}{|\vec{P}|^2} \vec{P} \, .$$

Dimostrare che R è la proiezione di Q su OP.

Esercizio 4. Sia ABC un triangolo.

1. Trovare $\vec{K}$, dove K è il piede dell'altezza da C su AB.
2. Scrivere il simmetrico di H rispetto ad AB.
3. Verificare che giace sulla circonferenza circoscritta.

Esercizio 5. Sapendo che $\vec{P} = \lambda \vec{A} + (1 - \lambda) \vec{B}$, trovare una formula per CP in funzione dei lati di ABC e del parametro λ. (Formula di Stewart)

Esercizio 6. Sia ABC un triangolo, sia L il piede della bisettrice interna da A su BC e sia M il punto medio dell'arco BC che non contiene A.

1. Dimostrare che BM è bisettrice esterna di ALB.
2. Determinare $\vec{M}$ in funzione di $\vec{A}$, $\vec{B}$, $\vec{C}$ e dei lati di ABC.
3. Dimostrare che $BM = CM = IM$.

Esercizio 7. Sia ABC un triangolo; determinare λ per cui $\vec{T} = \lambda \vec{A} + (1 - \lambda) \vec{B}$ appartiene alla tangente in C alla circonferenza circoscritta ad ABC. Si calcoli poi la distanza tra T e il piede della bisettrice interna da C su AB.

Esercizio 8. Sia ABC un triangolo con incentro I e siano D, E, F le proiezioni di I sui lati. Determinare le lunghezze DE, EF, FD in funzione dei lati di ABC.