

Combinatoria - grafi - 2

Esercizio 1. Consideriamo l'insieme V_n di tutte le stringhe di 0 e 1 lunghe n ; definiamo un grafo G_n che ha V_n come insieme di vertici dicendo che due stringhe sono collegate da un arco se e solo se differiscono di esattamente un carattere. Dimostrare che G_n è bipartito.

Esercizio 2. Dimostrare che un grafo G con n vertici contiene un sottografo H bipartito con almeno $n/2$ vertici; H si dice sottografo di G se può essere ottenuto da G scegliendo alcuni dei suoi vertici e alcuni dei suoi archi (ovviamente, tra i vertici scelti).

Esercizio 3. Determinare per quali n il grafo G_n dell'esercizio 1 è euleriano e in tali casi determinare un percorso euleriano.

Esercizio 4. Ad un tavolo circolare si siedono $2n$ persone; ognuno è amico di almeno n persone. Dimostrare che si possono sedere di modo che due posti vicini siano sempre occupati da due amici.