

## Combinatoria - invarianti - 2

**Esercizio 1.** Sui vertici di un  $n$ -agone abbiamo scritto i numeri reali  $a_1, \dots, a_n$ . Siano  $a, b, c, d$  quattro numeri su vertici successivi; se  $(a-d)(b-c) < 0$ , possiamo scambiare tra loro  $b$  e  $c$  (i due numeri centrali, tra i quattro). Determinare se possiamo ripetere questa operazione all'infinito.

**Esercizio 2.** Angelo scrive una riga di 1000 numeri interi, Beatrice sotto ad ogni numero scrive quante volte compare nella riga, ottenendo così una seconda riga di 1000 interi. Angelo allora esegue la stessa operazione, sulla seconda riga, ottenendo una terza riga. Vanno avanti finché ognuno scrive una riga diversa da quella appena scritta dall'altro. Si fermano?

**Esercizio 3.** Consideriamo una griglia  $n \times m$  contenente numeri reali. Possiamo effettuare la seguente mossa: scegliere una riga oppure una colonna e cambiare segno a tutti i numeri in essa contenuti. E' sempre possibile arrivare così ad una griglia in cui ogni riga ed ogni colonna hanno somma non negativa (ovvero  $\geq 0$ )?