

P - INDUZIONE 1.5

Titolo nota

22/10/2018

Esempio Una pila di monete alta n .

Gioco: a ogni mossa dividiamo una delle pile di monete, alta $i+j$, in due pile alte i e j rispettivamente, con $i > 0$ $j > 0$; nel farlo guadagniamo $i \cdot j$ punti. Andiamo avanti finché non abbiamo solo pile da 1.

Tesi Alla fine abbiamo $\frac{n \cdot (n-1)}{2}$ punti, indipendentemente dalla sequenza di mosse.

Strategia dim. per $n \geq 1$

Variante dell'induzione

Se (1) $p(1)$ è vera e (2) Per ogni $k \geq 1$ assumendo $p(1), \dots, p(k)$, vale anche $p(k+1)$,

Allora $p(n)$ è vera per ogni $n \geq 1$

Tornando al problema

$n=1$ | Una pila da 1 moneta. Nessuna mossa, 0 punti, e $0 = \frac{1 \cdot 0}{2}$

$n=k+1$ | Prima mossa: dividere la pila alta $k+1$ in due pile alte i, j , con $i > 0$ $j > 0$

Allora $i < k+1$ $j < k+1$.

Alla fine totalizzo $i_j + \frac{i(i-1)}{2} + \frac{j(j-1)}{2}$ punti;
prima
mossa gioco
 sulla
 prima
 pila gioco
 sulla
 seconda
 pila

$$\frac{(i+j)(i+j-1)}{2} = \frac{(k+1)(k+1-1)}{2}$$