XXII Gara Nazionale a Squadre

Semifinale – Venerdì 7 Maggio 2021

Istruzioni Generali

- Per ogni problema, indicare sul cartellino delle risposte un intero compreso tra `0000` e `9999`.
- Se la quantità richiesta non è un numero intero, dove non indicato diversamente, si indichi la sua parte intera.
- Se la quantità richiesta è un numero negativo, oppure se il problema non ha soluzione, si indichi `0000`.
- Se la quantità richiesta è maggiore di `9999`, si indichino le ultime quattro cifre della sua parte intera.
- I problemi più impegnativi (a nostro giudizio) sono contrassegnati da una o più stelle [$\star$].
- Nello svolgimento dei calcoli può essere utile tener conto dei seguenti valori approssimati:

$$\sqrt{2} = 1.4142 \qquad \sqrt{3} = 1.7321 \qquad \sqrt{5} = 2.2361 \qquad \sqrt{7} = 2.6458 \qquad \pi = 3.1416.$$

Scadenze importanti

- **10 minuti dall'inizio**: termine per la scelta del problema Jolly (dopo verrà dato d'ufficio il primo problema).
- **30 minuti dall'inizio**: termine per rivolgere domande sul testo.
- **100 minuti dall'inizio**: termine della gara.

1. Basta Go!

Fibonhui e Seidue, stanchi di giocare a Go, si dedicano agli scacchi; dopo aver messo correttamente i pedoni, non si ricordano come mettere gli altri pezzi, sanno solo che la regina deve stare a sinistra del re (non per forza adiacente). Rispettando questa regola in quanti modi diversi Fibonhui può disporre i suoi pezzi? *I pezzi degli scacchi sono* 2 *alfieri,* 2 *cavalli,* 2 *torri, un re e una regina, e vanno disposti sulla prima riga di una scacchiera quadrata con* 8 *caselle per lato, uno in ogni casella.*

2. In giro per χoto

La città di χoto ha un sistema stradale particolare: dalla piazza principale partono 2021 strade rettilinee, e tutte queste finiscono sulla strada esterna, di forma circolare. Quanti percorsi posso fare partendo dalla piazza e ritornando ad essa, senza mai passare per un incrocio due volte? *La piazza è da considerarsi un incrocio.*

3. Navigazione a distanza [$\star$]

Fibonhui e Seidue giocano con la loro barchetta nella fontana del parco di χoto, un esagono regolare di lato 5 m. Hanno entrambi un radiocontrollo che fa sì che la barchetta risulti sempre a distanza 5 m da entrambi: in questo modo quando Fibonhui e Seidue sono su due vertici consecutivi dell'esagono, la barchetta si trova nel centro della fontana. Se Fibonhui cammina lungo il perimetro della fontana e Seidue cammina anch'egli sul perimetro dell'esagono, ad una distanza costante di 5 m da Fibonhui, qual è la lunghezza percorsa dalla barchetta quando Fibonhui fa un giro completo? *Rispondere il valore trovato moltiplicato per 100.*

4. Date nel futuro

L'organizzatore delle Olimpiadi di χoto ha un incubo dove sogna che la manifestazione verrà rimandata nuovamente. La nuova cerimonia di inaugurazione sarà nella data futura più vicina che rispetta le seguenti condizioni:

- non sarà in gennaio;
- il primo dell'anno in cui è prevista la cerimonia sarà un lunedì;
- il primo del mese in cui è prevista la cerimonia sarà un lunedì;
- la cerimonia si svolgerà nel secondo lunedì del mese.

Qual è questa data? *Dare come risposta* $\mathtt{g}_1\mathtt{g}_2\mathtt{m}_1\mathtt{m}_2 + \mathtt{a}_1\mathtt{a}_2\mathtt{a}_3\mathtt{a}_4$ *(le lettere indicano le cifre della data in base dieci con giorno/mese/anno:* $\mathtt{g}_1\mathtt{g}_2/\mathtt{m}_1\mathtt{m}_2/\mathtt{a}_1\mathtt{a}_2\mathtt{a}_3\mathtt{a}_4$*).*

5. Monete antiche

Il signor φyagi, nel suo piccolo, è un numismatico. Nella città di χoto esistono solo tre tipi di monete antiche:

- Satai, composta da 4 g d'oro, 4 g d'argento, 3 g di bronzo;
- Heikin, composta da 3 g d'oro, 4 g d'argento, 3 g di bronzo;
- Sadai, composta da 2 g d'oro, 2 g d'argento, 3 g di bronzo.

Dopo alcuni scambi di monete antiche tra il signor φyagi e un suo amico, quest'ultimo risulta avere x grammi d'oro, y grammi d'argento e z grammi di bronzo in più di quanto avesse in partenza. Quante sono le terne possibili (x, y, z), con x, y e z tutti strettamente positivi e strettamente minori di 10?

6. Numeri e inchini [$\star$]

Il signor φyagi è un cerimoniere del tè e ha ideato la seguente cerimonia. Egli scrive su di una lavagna un intero positivo n. Dopodiché inizia a contare ad alta voce, partendo da 1. Ogni volta che dice un numero k, se k divide il numero in quel momento scritto alla lavagna, il signor φyagi incrementa il numero scritto alla lavagna di 15 e tutti i presenti devono effettuare un inchino. Diciamo che n è *ossequioso* se, da un certo punto in poi, bisogna inchinarsi ogni volta che il signor φyagi dice un numero. Qual è il più grande intero *ossequioso* minore o uguale di 2021?

7. Giocando con gli origami

Fibonhui, appassionata di origami, decide di fare questo gioco: appoggiata su un tavolo, prende un foglio rettangolare e lo piega a metà lungo la direzione verticale, poi ancora a metà lungo la stessa direzione, e così via, per 2021 volte. Si accorge che ad ogni piega può scegliere se portare il lembo di sinistra del foglio sopra quello a destra oppure il lembo di destra del foglio sopra quello a sinistra. In questo modo, dopo aver riaperto tutto il foglio sul tavolo, esso avrà una sequenza di $2^{2021}-1$ pieghe parallele, alcune "a monte" ($\wedge$) ed altre "a valle" ($\vee$). Ripete lo stesso gioco con tanti fogli diversi. Osservando tutte le sottosequenze di 4 pieghe consecutive sui vari fogli, si chiede: quante di differenti se ne possono contare, al più?

8. Monete moderne

Nella città di χoto vi è un sistema monetario alquanto particolare: esistono tutte e sole le monete con valore un numero primo dispari. Il signor φyagi compra una ciotola di ramen, e si accorge che nessuna combinazione di monete gli permetterà di pagarlo esattamente senza ricevere del resto. Quanto costa il ramen al massimo?

9. Incontri di summo

Prima di affrontarsi sul dohyō, i lottatori di summo eseguono alcune mosse rituali. Viene scelto un punto X del piano e si applica la trasformazione T_X, che manda X in sé e ogni punto P distinto da X in P' secondo la seguente costruzione: P' è il punto della circonferenza di diametro XP tale che l'arco PP', percorso in senso antioriario, descrive un angolo al centro di 90°. La trasformazione può essere applicata più di una volta, se i tenjin (gli spiriti) sono benevoli; se però T_X viene applicata una volta di troppo, i tenjin si arrabbiano e l'incontro non può essere disputato.

Per il primo incontro di summo di quest'anno viene scelto come X un vertice di un 2021-agono regolare di area 2021!. Quante volte al massimo può essere applicata T_X, sapendo che i tenjin saranno benevoli fintantoché l'area del poligono rimane un numero intero? *Il simbolo* 2021! *indica il fattoriale di* 2021.

10. Un miele squisito

Nel quartiere di Ginzeta da secoli si tramanda una tecnica per produrre il miele in città: bisogna predisporre 13 alberi di mandarino in fila, ognuno distante dagli adiacenti esattamente 2. In ognuno di questi alberi c'è un alveare con probabilità $\frac{1}{2}$ indipendentemente dagli altri alberi. Gli apicoltori, per ogni alveare, possono modificare il raggio d'azione delle api di quell'alveare con particolari tecniche tramandate da secoli: api aventi raggio d'azione r arrivano in tutti gli alberi che distano meno di r dal proprio alveare. Per ottenere il miele migliore possibile, bisogna predisporre i raggi d'azione degli alveari presenti in modo tale che:

- il raggio d'azione di ogni alveare sia un intero positivo dispari;
- il primo e l'ultimo albero non vengano raggiunti da api;
- in ogni albero diverso dal primo e l'ultimo arrivino api che provengono esattamente da un solo alveare.

Calcolare la probabilità che, modificando opportunamente i raggi d'azione, sia possibile ottenere il miglior miele. *Rispondere con la somma di numeratore e denominatore della frazione ridotta ai minimi termini.*

11. Fioritura dei ciliegi

Nel parco di della città di χoto, si trovano 10 000 alberi di ciliegio: inoltre, per ogni naturale n tale che $0 \le n < 10000$ esiste esattamente un albero di ciliegio nel parco che risulta avere n foglie. Un ciliegio con n foglie fiorisce se e solo se per ogni $y \in \mathbb{R}$ si ha

$$n \cdot (90-n) \le (2021-n) \cdot y^2$$

Quanti sono i ciliegi del parco di χoto che fioriscono?

12. Uguaglianze zen [$\star\star$]

Il giardino zen di Fibonhui ha la forma di un quadrilatero convesso $ABCD$ tale che $AB = 84\,\text{m}$ e $CD = 140\,\text{m}$. Per ammirarne l'armonia, Fibonhui si mette in P, punto d'incontro di AC e BD. Ella sa che $\widehat{BAP} = \widehat{PAD}$ e $\widehat{CDP} = \widehat{PDA}$; si accorge inoltre che P, il punto in cui si trova, è equidistante da B e da C. Quanto vale, in metri, tale lunghezza?

13. Benvenuto a Toχo, PhiPhi

PhiPhi è un panda arrivato da poco nello zoo di Toχo: il primo giorno ha mangiato una canna di bambù, il secondo ne ha mangiate due, il terzo ne ha mangiate tre. Dal quarto giorno in poi, nel giorno n, PhiPhi ha mangiato una canna di bambù in più rispetto al giorno $n-3$.

Determinare per quali n risulta che al termine del giorno n il totale di canne di bambù mangiate in giorni pari fino a quel momento è uguale al totale di canne di bambù mangiate in giorni dispari fino a quel momento. *Dare come risposta la somma di tutti i possibili valori di* n *con* $n \le 2021$.

14. Scatole inscatolate

Fibonhui e Seidue fanno un gioco. Fibonhui sceglie a caso 3 numeri distinti n_1, n_2, n_3 dall'insieme $\{1, 2, \ldots, 2021\}$ e costruisce una scatola di dimensioni n_1, n_2, n_3 a forma di parallelepipedo. Seidue fa lo stesso selezionando m_1, m_2, m_3 (sempre a caso e distinti) dai 2018 rimanenti. Fibonhui vince se una delle due scatole può essere inserita all'interno dell'altra (con le facce parallele all'altra e totalmente contenuta al suo interno). Qual è la probabilità di vittoria di Fibonhui? *Rispondere con la somma di numeratore e denominatore della frazione ridotta ai minimi termini.*

15. Rapporti tra raggi

Fibonhui sta mangiando del sushi: guarda desolata il piatto in cui sono rimasti solo un uramaki e un maki, che vede dall'alto come due circonferenze, rispettivamente Γ (di raggio R) e γ (di raggio $r < R$), tangenti in T. Inoltre il ripieno dell'uramaki può essere rappresentato anch'esso da una circonferenza Γ_i, concentrica a Γ e di raggio $R_i < R$. Nota la seguente curiosità: chiamando P e P' i punti di tangenza di Γ con le due tangenti comuni di Γ e γ che non passano per T, risulta che PP' è tangente a Γ_i. Sapendo che $R_i/R = \sqrt{3/5}$, quanto vale la somma $\frac{R}{r} + \frac{r}{R}$?

16. Un buon auspicio

Per ottenere eterna fortuna, il signor φyagi costruisce molte gru piegando fogli di carta: per l'esattezza, una per ogni numero di 4 cifre che abbia come somma delle cifre 19. Quante sono?

17. Allenamento di un samatemurai

Il grande samatemurai Yakobi allena la propria resistenza, fisica e matematica, in una radura di forma circolare, lungo la cui circonferenza sono cresciuti 2000 alberi in altrettanti punti equispaziati. Yakobi fa così: sceglie un albero, con la sua kartana incide sul tronco il numero 1, poi, in verso orario, salta 1 albero, e sul successivo incide il 2, salta 2 alberi, e sul successivo incide il 3, salta 3 alberi, e sul successivo incide il 4, e così via finché tutti i numeri fino al 2021 sono stati scritti (anche più di uno sullo stesso albero). Qual è il massimo $n < 2021$ tale che n è scritto sullo stesso albero su cui è inciso 2021?

18. Matemeowtica [$\star\star$]

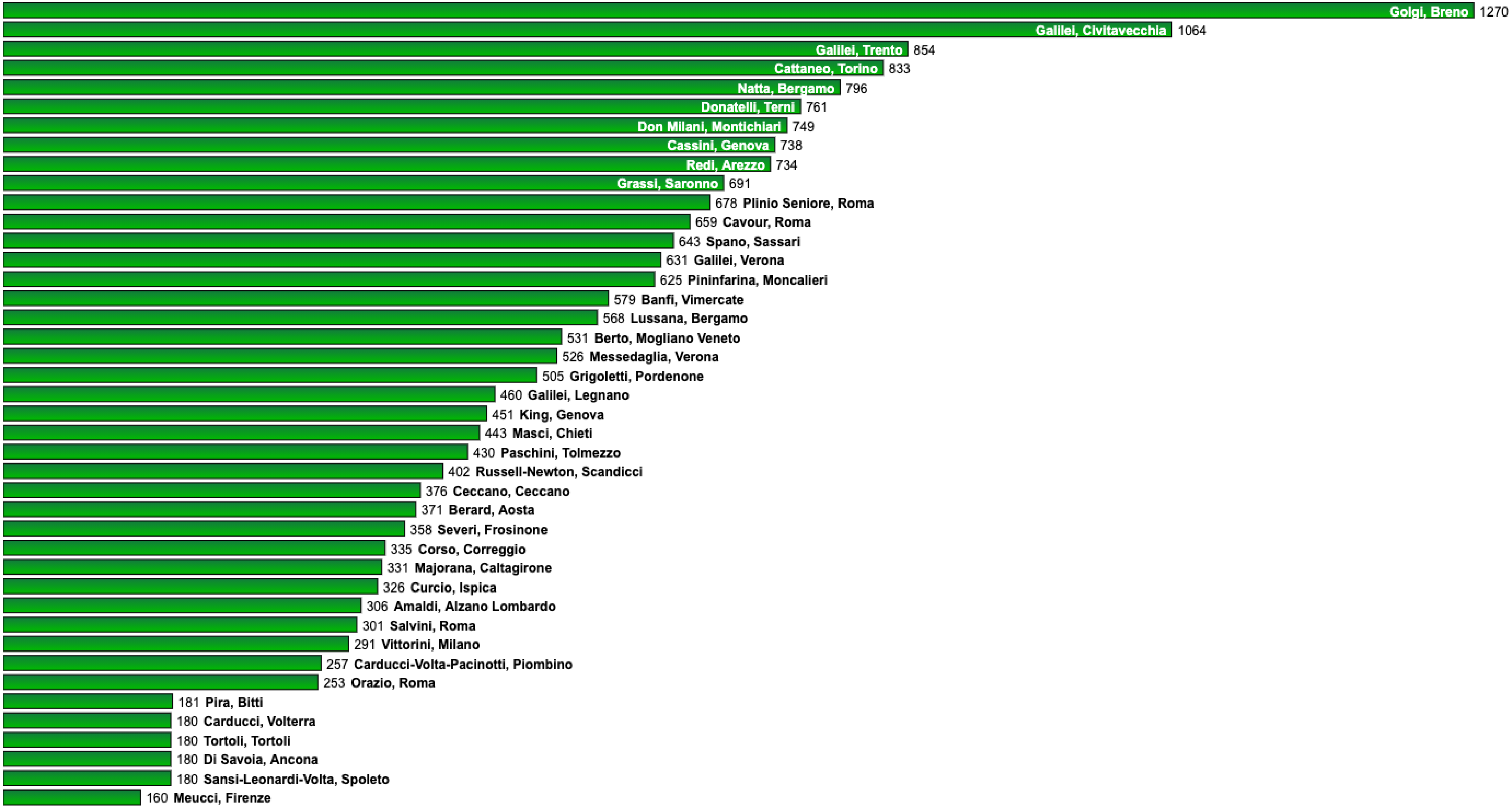
L'isola di Aoshimura è famosa per essere abitata da una numerosa colonia felina. Fibonhui vi si reca spesso: un certo numero di gatti la ascolta attentamente mentre parla di matematica. Fibonhui ha notato che il numero di felini che si raduna attorno a lei è uguale al numero di coefficienti dispari nel polinomio $(1 + x + x^2 + x^3 + x^4)^{10}$. Quanti sono?

XXII Gara Nazionale a Squadre

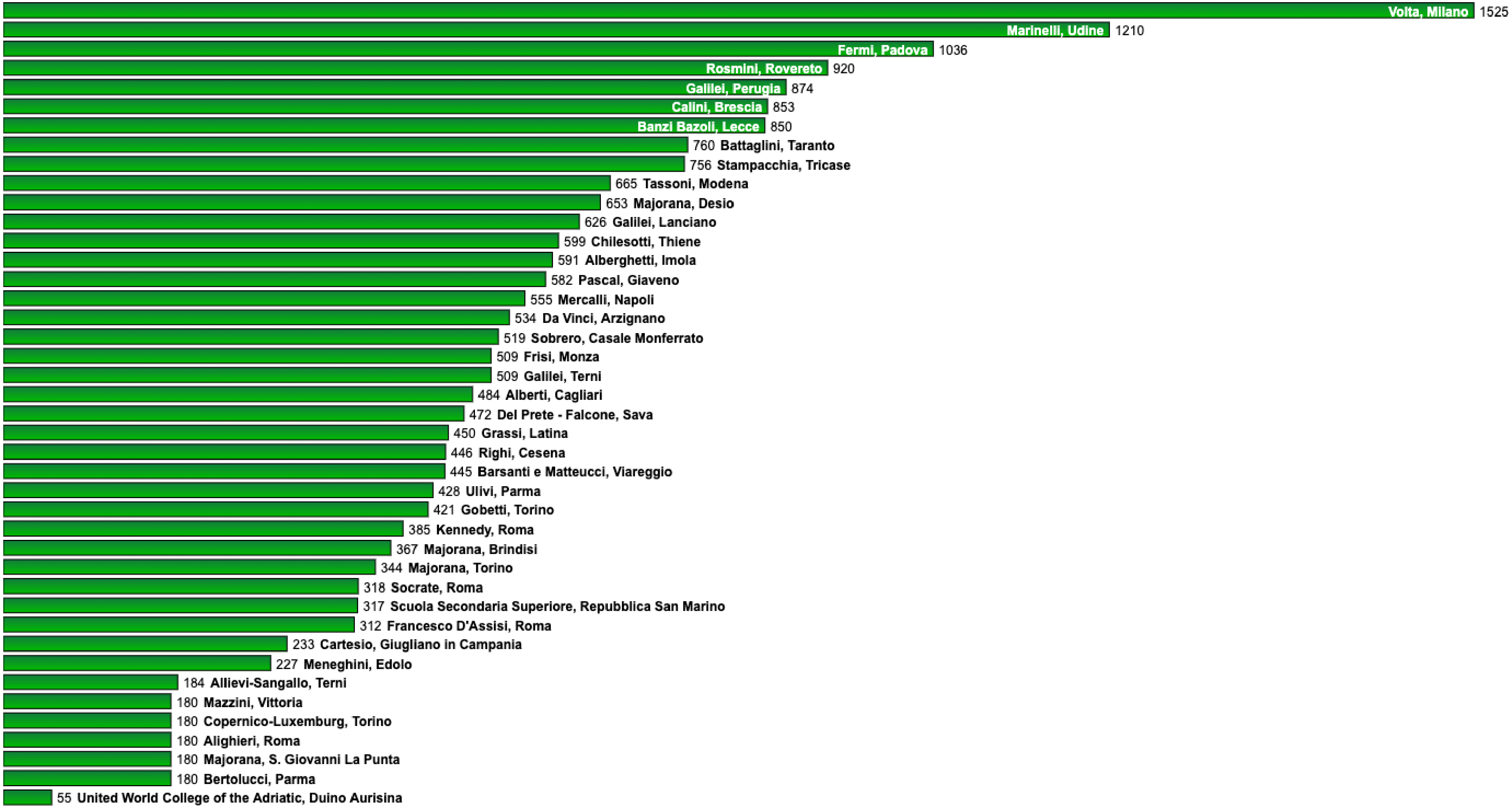
Semifinale – Soluzioni – Venerdì 7 Maggio 2021

Nr.	Problema	Soluzione
1	Basta Go!	2520
2	In giro per χoto	4840
3	Navigazione a distanza [$\star$]	0928
4	Date nel futuro	2828
5	Monete antiche	0108
6	Numeri e inchini [$\star$]	2010
7	Giocando con gli origami	0012
8	Monete moderne	0004
9	Incontri di summo	2013
10	Un miele squisito	8281
11	Fioritura dei ciliegi	1933
12	Uguaglianze zen [$\star\star$]	0060
13	Benvenuto a Toχo, PhiPhi	0004
14	Scatole inscatolate	0003
15	Rapporti tra raggi	0008
16	Un buon auspicio	0615
17	Allenamento di un samatemurai	1978
18	Matemeowtica [$\star\star$]	0017

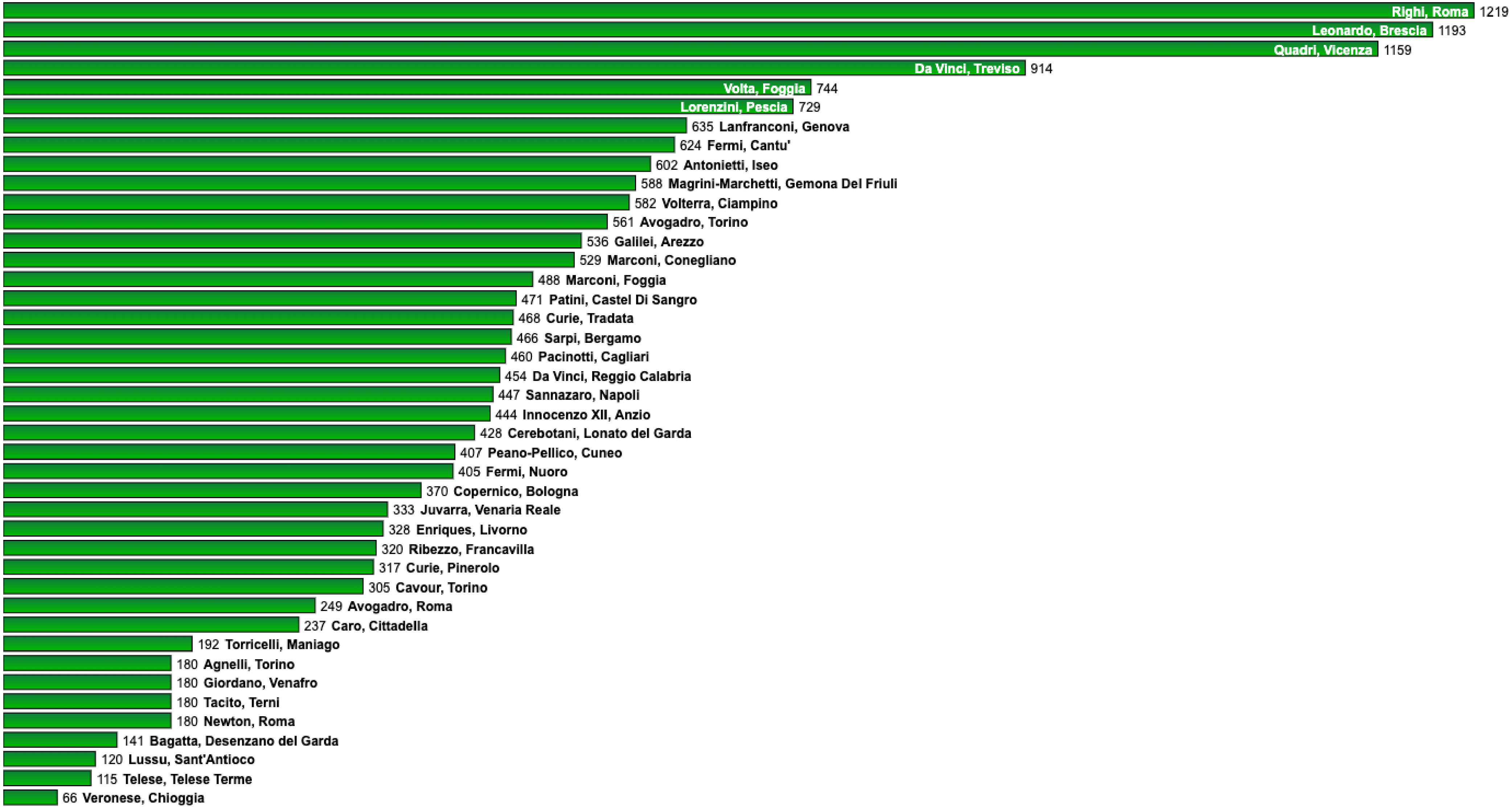
Semifinale A - Classifica squadre



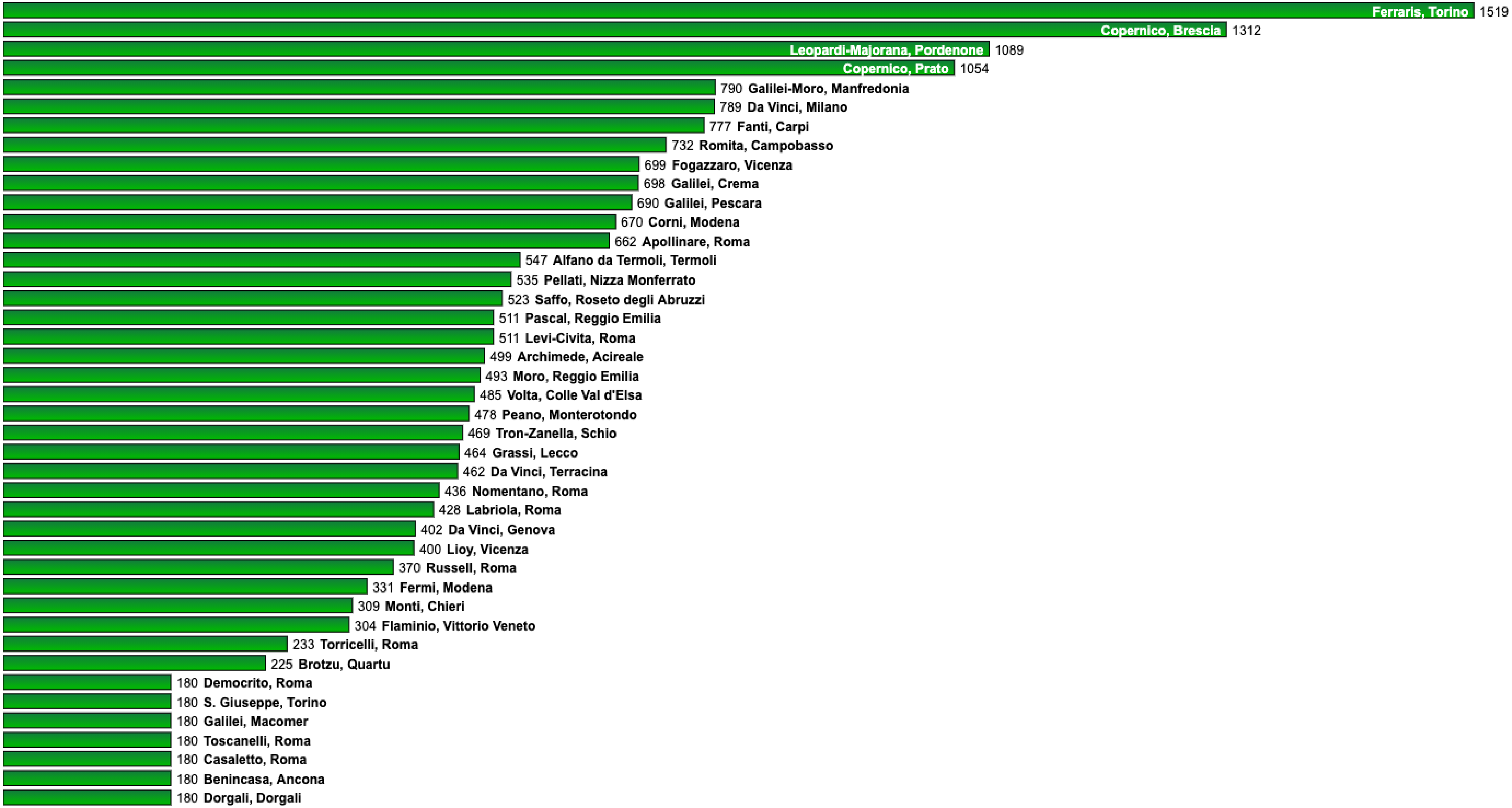
Semifinale B - Classifica squadre

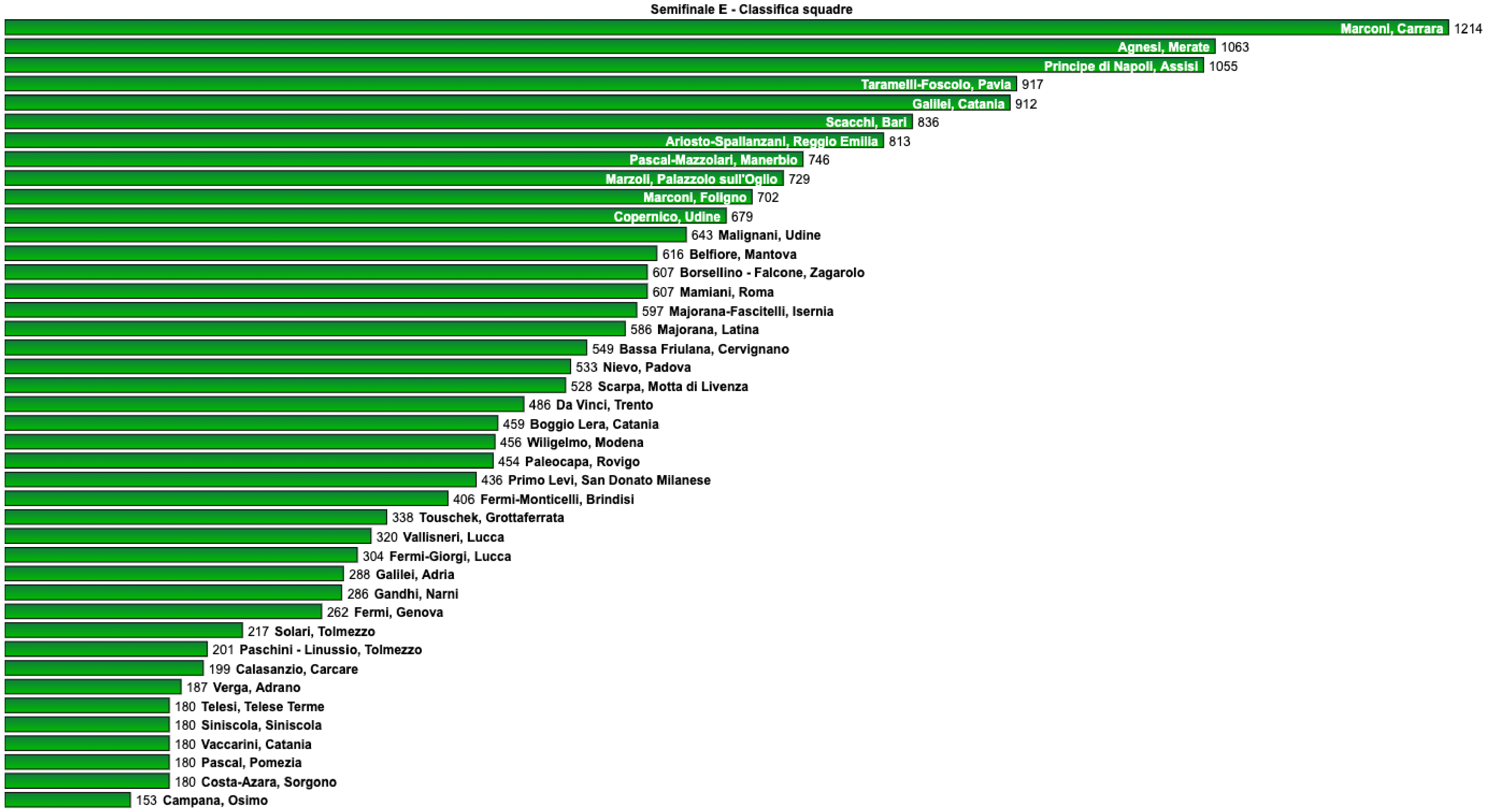


Semifinale C - Classifica squadre

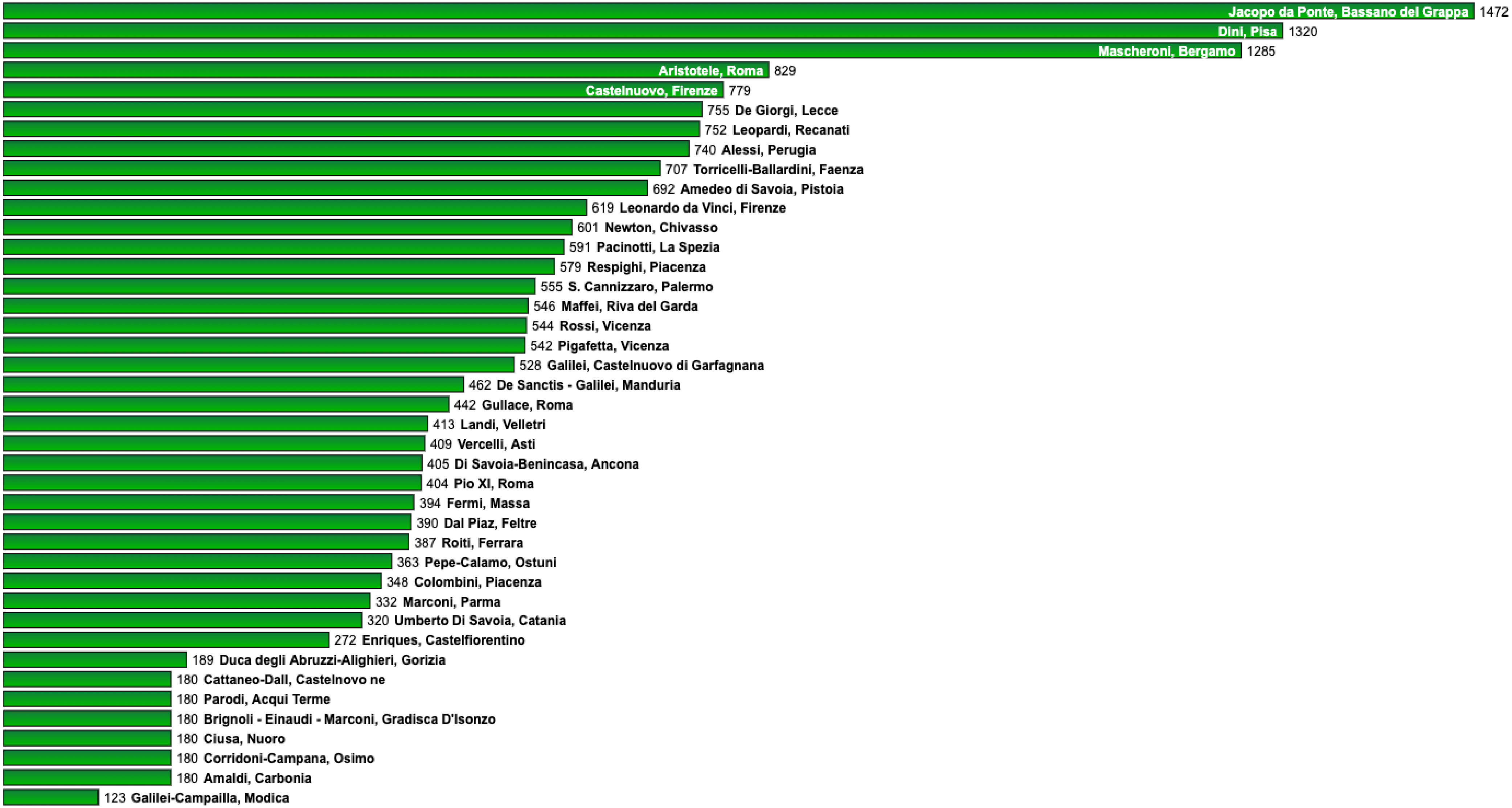


Semifinale D - Classifica squadre




Semifinale E - Classifica squadre
Marconi, Carrara 1214
Agnesi, Merate 1063
Principe di Napoli, Assisi 1055
Taramelli-Foscolo, Pavia 917
Galilei, Catania 912
Scacchi, Bari 836
Ariosto-Spallanzani, Reggio Emilia 813
Pascal-Mazzolari, Manerbio 746
Marzoli, Palazzolo sull'Oglio 729
Marconi, Foligno 702
Copernico, Udine 679
643 Malignani, Udine
616 Belfiore, Mantova
607 Borsellino - Falcone, Zagarolo
607 Mamiani, Roma
597 Majorana-Fascitelli, Isernia
586 Majorana, Latina
549 Bassa Friulana, Cervignano
533 Nievo, Padova
528 Scarpa, Motta di Livenza
486 Da Vinci, Trento
459 Boggio Lera, Catania
456 Wiligelmo, Modena
454 Paleocapa, Rovigo
436 Primo Levi, San Donato Milanese
406 Fermi-Monticelli, Brindisi
338 Touschek, Grottaferrata
320 Vallisneri, Lucca
304 Fermi-Giorgi, Lucca
288 Galilei, Adria
286 Gandhi, Narni
262 Fermi, Genova
217 Solari, Tolmezzo
201 Paschini - Linussio, Tolmezzo
199 Calasanzio, Carcare
187 Verga, Adrano
180 Telesi, Telese Terme
180 Siniscola, Siniscola
180 Vaccarini, Catania
180 Pascal, Pomezia
180 Costa-Azara, Sorgono
153 Campana, Osimo

Semifinale F - Classifica squadre



GARA DI MATEMATICA A SQUADRE FEMMINILE
IV FINALE NAZIONALE
(13 maggio 2021)

Istruzioni Generali

- Si ricorda che per tutti i problemi occorre indicare un numero intero compreso tra 0 e 9999.
- Se la quantità richiesta non è un numero intero, si indichi la sua parte intera. Si ricorda che la parte intera di un numero reale x è il più grande intero minore od uguale ad x.
- Se la quantità richiesta è un numero negativo, oppure se il problema non ha soluzione, si indichi 0000.
- Nello svolgimento dei calcoli può essere utile tener conto dei seguenti valori approssimati:

$$\sqrt{2}=1,4142 \qquad \sqrt{3}=1,7321 \qquad \sqrt{5}=2,2361 \qquad \sqrt{7}=2,6458 \qquad \pi=3,1416$$

Il mondo dei *Pokémon*. Un universo di meraviglie da scoprire, patria di una varietà incredibile di creature. Impossibile conoscerle tutte. Centinaia? Forse migliaia, forgiate meticolosamente dalle forze della natura in tutta la sua gloria come solo essa sa fare. E in qualunque angolo del modo vi troviate, state pur certi che incontrerete anche dei *Pokémon*. In volo nei cieli, rasenti alle nuvole o trasportati dalle correnti marine. Sulle maestose pendici montane oppure nel cuore di lussureggianti foreste. Abitano felici le verdi praterie o brulicano nelle nostre caotiche metropoli.

Con la partecipazione di:

Carlo Càssola
Liceo Scientifico "N. Copernico" di Udine

Claudia Manotti
IIS "B. Russell" di Guastalla

Lorenzo Mazza
"Sapienza" Università di Roma

Roberta Corisello
ISIS "Magrini-Marchetti" di Gemona del Friuli

Simona Pieri
Convitto Nazionale "Principe di Napoli" di Assisi

Simone Bertone
ISIS "Copernico-Luxemburg" di Torino

Elena Barbina
Studentessa presso l'Università di Udine

Un ringraziamento speciale a:
Santina De Monte
ISIS "Magrini-Marchetti" di Gemona del Friuli

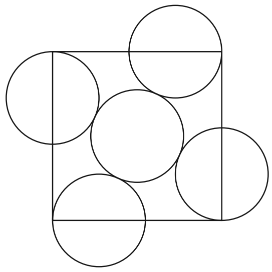
Ugo Tomat
Laureato in Matematica

Regia di:
Sandro Campigotto
UMI Commissione Olimpiadi
ISIS "Magrini-Marchetti" di Gemona del Friuli

1. *SHAYMIN* (Roberta Corisello)

È notte e *Shaymin*, il *Pokémon* Gratitudine si aggira assetato in un prato di alte felci. Per orientarsi, si concentra e sapendo che $f(35)=700$ calcola il valore $f\left(\frac{1}{10}\right)$ di una funzione tale che $f(xy)=x\cdot f(y)$ per ogni x, y reali positivi. Così facendo riesce a trovare un fresco laghetto dove ristorarsi. Che valore ha permesso al piccolo *Shaymin* di dissetarsi?

2. UNA LOTTA LEGGENDARIA (Carlo Càssola)



Sul bordo del lago sta bevendo anche il *Pokémon* leggendario *Dialga*. Improvvisamente la superfice del lago si increspa. Si forma prima un quadrato di lato $300\ \mathrm{m}$ e poi appaiono cinque circonferenze luminose identiche di cui quattro tangenti alla quinta (come in figura). *Shaymin* non fa a tempo a calcolare il raggio in cm delle cinque circonferenze che dal lago emerge *Giratina* un altro *Pokémon* leggendario che attacca *Dialga*. Quanto vale il raggio delle circonferenze?

3. FUGA DAL MONDO INVERSO (Roberta Corisello)

Giratina afferra *Dialga* e lo trascina con sé nel lago. Senza volere anche il piccolo *Shaymin* è risucchiato nel vortice dimensionale creato dal drago leggendario e si ritrova nel *Mondo Inverso*. Nel combattimento i due infrangono una nube di polvere che viene assorbita dai fiori che crescono sulla schiena di *Shaymin*. Il piccolo *Pokémon*, pieno di paura, calcola quali sono le ultime due cifre (decine e unità) di $(1\cdot557)^2+(2\cdot557)^2+(3\cdot557)^2+....+(557\cdot557)^2$ e grazie alla mossa *Infuriaseme* apre un varco verso il *Mondo Reale*. Anche *Dialga*, riuscitosi a liberare dalla morsa di *Giratina* attraversa il portale. *Giratina*, invece, rimane intrappolato. Dalla sua fortezza nei cieli il dottor Zero osserva infastidito. Quale valore ha permesso a *Shaymin* di fuggire dal *Mondo Inverso*?

4. IL PICNIC (Simona Pieri)

Nel frattempo a Biancavilla, Ash, Lucinda e Brock stanno facendo un picnic sulle sponde del fiume. Dopo aver preparato la griglia e lo speciale pasto per i loro piccoli amici, li liberano lanciando in aria le *PokéBall* e gridando tutti assieme il numero $n=\sqrt{x^2+y^2+1}$, dove $x^2=2021x+y$ e $y^2=x+2021y$ sapendo che $x\neq y$. Con che numero i tre amici hanno chiamato a raccolta i loro *Pokémon*?

5. IL TEST (Lorenzo Mazza)

Dal fiume esce tutto sporco e acciaccato il piccolo *Shaymin* che finisce per incontrare Ash, Lucinda e Brock e stringe amicizia con loro comunicando telepaticamente. I tre lo portano al *Centro Pokémon* per curarlo. L'infermiera Joy lo sottopone al seguente test. Gli consegna una tavoletta di legno formato da 81 quadratini disposti secondo una griglia 9×9 e gli chiede qual è il massimo numero di quadratini che si possono tagliare contemporaneamente lungo entrambe le due diagonali (dei quadratini) in modo tale che la tavola non si divida in due o più parti. Dopo che *Shaymin* ha dato la risposta corretta, i tre amici credono al piccolo che vuole ritornare al giardino dei fiori di *Gracidea*. I tre accettano di aiutarlo. Qual è la soluzione del test?

6. IL PARCO (Sandro Campigotto)

Fuori dal Centro *Pokémon* c'è un bellissimo parco, spiega Ash a *Shaymin*, che ha la forma di un quadrilatero convesso $ABCD$ e che ad ogni vertice ha una scultura d'acciaio. Lucinda osserva che $\hat{A}=\hat{B}$ e che $\hat{C}=90°$. Brock sostiene di aver misurato i quattro lati: $AB=120\ \mathrm{m}$, $BC=86\ \mathrm{m}$ $CD=48\ \mathrm{m}$ e $AD=50\ \mathrm{m}$. *Shaymin* telepaticamente comunica di sapere quanto vale l'area del parco $ABCD$, ma improvvisamente si spaventa riconoscendo l'immagine di *Giratina* in una delle sculture presenti. Mentre tenta di scappare dal braccio di Lucinda, viene catturato dal Team Rocket che aveva ascoltato di nascosto i discorsi dei ragazzi. Un vortice creato da *Giratina* tuttavia risucchia Jessie, James, *Meowth* e *Shaymin*. Ash e Lucinda non esitano a lanciarsi per recuperare il loro nuovo amico e vengono anche loro risucchiati nel *Mondo Inverso*. Quanto misura l'area di $ABCD$?

7. NEWTON GRACELAND (Sandro Campigotto)

In questo strano luogo dove gli oggetti sembrano collegati al soffitto di una grotta, fanno la conoscenza con *Giratina*. *Shaymin* è molto spaventata al punto che Ash ordina a *Pikachu* di attaccare il drago leggendario. Vedendoli in difficoltà, Newton Graceland, uno studioso di *Pokémon* che da tempo vive nel *Mondo Inverso*, interviene. Prima ancora di presentarsi chiede a bruciapelo ad Ash il più piccolo valore di n tale che $\sqrt{1+2+3+...+n}$ è intero ed n ha almeno tre cifre. Nel sentire la risposta corretta decide di aiutarli e li porta in salvo in una delle strane costruzioni. Qual è la risposta che Ash ha dato al professor Newton?

8. LE NUBI VELENOSE (Roberta Corisello)

Il professo Newton spiega ad Ash e Lucinda che lui fa parte del progetto per lo studio del *Mondo Inverso*. Egli spiega ai ragazzi di abitare da cinque anni in questo universo alterato che viene direttamente influenzato da quello reale, a tal punto che ogni cosa che viene modificata nel *Mondo Inverso* ha conseguenze dirette nel *Mondo Reale*. Racconta inoltre che lo scontro tra *Dialga* e *Palkia* ha pericolosamente inquinato il *Mondo Inverso*, il cui unico *Pokémon* abitante è *Giratina*. *Giratina* è il solo ad avere il potere di aprire un portale tra i due mondi per viaggiare da uno all'altro. In più ogni problema irrisolto del mondo reale porta alla formazione di nubi tossiche nel *Mondo Inverso*. Infatti, e indica la nube sopra la loro testa, quella è stata originata dal polinomio $p(x)=x^6-3x^5+2x^4-3x^3+2x^2-3x+1$ di cui nessuno è riuscito a calcolare α, la maggiore tra le sue radici reali. Ash, incredulo, crede di sapere la soluzione. Quanto vale $1000\cdot\alpha$?

9. IL PORTALE (Lorenzo Mazza)

Newton spiega che *Giratina* ha cercato di catturare *Dialga*, uno dei responsabili dell'inquinamento del *Mondo Inverso*, ma il piccolo *Shaymin* ne è rimasto coinvolto ed ha causato il blocco di *Giratina* da questo lato dell'universo. Giunti di fronte ad un piccolo varco spazio-temporale, Newton chiede ad Ash di calcolare il resto della divisione per 53 della somma dei primi 70 termini della successione a_n dove le prime tre cifre di a_n sono sempre "100", le cifre centrali sono una sequenza di n cifre "1" e le ultime due cifre sono maggiorate di un'unità rispetto alle ultime due cifre del termine precedente. Newton elenca i termini della successione: $a_1=100120$, $a_2=1001121$, $a_3=10011122$ e così via. Quale numero permetterà ad Ash di riportare tutti a casa?

10. L'ATTACCO DEI MAGNEMITE (Simona Pieri)

Tornati tutti nel Mondo Reale, Ash e amici vengono immediatamente attaccati da Zero, che dalla sua fortezza volante aveva seguito i ragazzi nel loro viaggio di rientro dal *Mondo Inverso*. Lo scopo del vecchio allievo di Newton, come lui stesso rivela di essere, è quello di catturare *Shaymin* e per fare questo ordina al suo esercito di *Magnemite* e *Magneton* di attaccare. Il più grande, *Magnezone,* osserva che Ash si trova in A, Brock in B e Lucinda in C di un triangolo ABC. *Shaymin* si trova in P un punto interno al triangolo. Tracciando CP, AP e BP si determinano i punti D, E ed F intersecando AB, BC e AC rispettivamente. *Magnezone* osserva che $AP=PE$, $CP=3\cdot PD$ e che l'area di ABC è $432\ \mathrm{m}^2$. Per catturare il piccolo *Pokémon*, *Magnezone* determina correttamente l'area di AFD (in m^2). Che valore ha trovato?

11. LA FORMA CIELO (Carlo Càssola)

Per fortuna che il vortice creato da *Piplup* è riuscito a disperdere i piccoli *Magnemite* permettendo ad Ash ed amici di raggiungere un treno in partenza… e che sorpresa! Nello scomparto scelto da Lucinda un passeggero mostra loro un mazzo di fiori di *Gracidea* e spiega loro dove si trova il giardino. Annusando il polline dei fiori il piccolo *Shaymin* sente il bisogno di determinare il valore minimo che può assumere il prodotto dei tre numeri interi positivi (non necessariamente distinti) la cui media aritmetica è 2021. Lo fa e così si trasforma assumendo la *Forma Cielo*. Le sue orecchie e le sue zampe si allungano e comincia a volare tra gli sguardi stupiti di tutti i presenti. Che valore ha permesso al piccolo *Pokémon* di trasformarsi?

12. SOTTO ATTACCO (Roberta Corisello)

I *Magnemite* di Zero li hanno trovati e subito attaccati all'interno del treno. I tre *Pokémon Shaymin*, *Piplup* e *Pikachu* calcolano assieme e contemporaneamente quanti sono i monomi del polinomio $(2x+3y+z)^{100}+(2x-3y-z)^{100}$ una volta semplificato ed usano il risultato per allontanare definitivamente i *Pokémon* di Zero. Che numero hanno usato?

13. IN FUGA (Simone Bertone)

Scesi dal treno Ash, Lucinda e Brock si imbarcano sulla nave che li porterà al Campo di *Gracidea*. Per passare il tempo Brock propone un enigma ai suoi amici e ai tre *Pokémon*. Su una scacchiera 8×8 c'è un Re nero posizionato in un angolo della scacchiera. Sulla scacchiera, da qualche parte, c'è anche un pezzo bianco, non un pedone. Il re nero dice: "Se una regina viene posizionata dove c'è il pezzo bianco, mi mette sotto scacco", mentre il pezzo bianco afferma "Tengo sotto scacco il Re!" Sappiamo che solo uno dei due pezzi dice la verità. Quante possibili configurazioni (tra posizione e pezzi) vi possono essere sulla scacchiera? Se solo ci fosse stato il tempo di pensarci. Sulla superficie del lago compare *Giratina* e un vortice risucchia in sé i *Pokémon*, Ash, Brock e Lucinda. Anche Zero, poco distante, approfitta del varco e con i suoi *Magnemite* raggiunge il *Mondo Inverso*. Qual è la soluzione dell'enigma di Brock?

14. SORPRESA (Roberta Corisello)

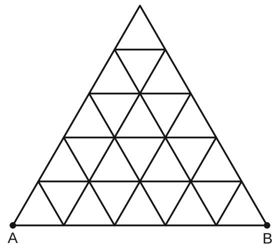
Lo scontro con *Giratina* finisce quando il prof. Newton interviene, ancora una volta, a mettere tutti in salvo in una grotta. Nel frattempo, con il calare della notte, *Shaymin* è ritornato nella sua *Forma Terra* perdendo l'abilità di volare. Distratti dagli eventi nessuno si è accorto di Zero che riesce a catturare il piccolo *Shaymin* e a bloccare tutti grazie ai *Magnemite*. Zero chiede a *Shaymin* di calcolare il valore di a del polinomio $50x^3-75x^2+ax-4$ dove le tre radici sono in progressione aritmetica tra di loro. La paura del *Pokémon* di essere dato in pasto a *Giratina* lo porta a risolvere il problema e ad usare *Infuriaseme*, causando l'apertura di un varco che riporta tutti nel mondo reale. Anche *Giratina* lo attraversa, proprio come aveva previsto Zero. Qual è il valore di a?

15. LA CATTURA (Simona Pieri)

Dalle nubi emerge la macchina volante di Zero. *Giratina* è attratta da un triangolo ABC inscritto in una circonferenza γ. Avvicinatosi si forma il segmento AD dove D è il punto in cui la perpendicolare ad AB passante per A incontra γ. *Giratina* è presa in trappola nella macchina e anche riuscendo a calcolare la misura di DC (in dm) dopo aver stimato che $AB = 156\ \mathrm{dm}$, $BC = 444\ \mathrm{dm}$ e $AC = 480\ \mathrm{dm}$, non riesce a liberarsi. Che valore ha calcolato il drago leggendario?

16. FERMARE LA MACCHINA (Sandro Campigotto)

Newton spiega ad Ash che quella macchina l'aveva progettata lui per assorbire i poteri di *Giratina*, ma che aveva rinunciato ad usarla perché aveva scoperto che lo strumento avrebbe prima torturato e poi ucciso il *Pokémon*. Sfruttando l'aliante meccanico di Zero e coperto da *Shaymin* e dai *Pokémon* di Ash, Newton sale a bordo della macchina volante nel tentativo di fermare il piano di Zero. Giunto davanti ad un pannello di controllo si trova lo schema a fianco riportato. Newton capisce subito che è una password e che deve calcolare il numero di percorsi sulla griglia che uniscono A con B facendo solo spostamenti a destra, in alto-destra o in basso-destra. Che numero serve a Newton per fermare la macchina?



17. L'INIZIO DELLA FINE (Claudia Manotti)

Nonostante Newton riesca a fermare la macchina, Zero riesce a copiare le abilità di *Giratina*, riducendolo in fin di vita. L'obiettivo di Zero è diventare il sovrano del *Mondo Inverso* ed impedire che venga contaminato e danneggiato dagli squilibri presenti nel mondo reale. Sfruttando la macchina che ha assorbito i poteri di *Giratina* apre un varco e torna nel *Mondo Inverso*. Qua vede un grande tetraedro regolare $ABCD$ fluttuare in aria con gli spigoli AB e CD sghembi e paralleli al terreno, pieno di un liquido rosso per metà del volume, ed esattamente di $9\sqrt{2}\ \mathrm{dm}^3$. Le abilità di *Giratina* rivelano a Zero che per distruggere il contenitore deve sapere quanto vale in cm^2 l'area della superficie di liquido non a contatto con le pareti del recipiente. Che numero ha calcolato Zero? Intanto, nel mondo reale, il ghiacciaio sopra il campo di *Gracidea* si spezza e comincia ad avanzare minacciando il campo di fiori.

18. AROMATERAPIA (Sandro Campigotto)

Shaymin, vedendo *Giratina* morente, decide di provare a curarlo. Dal suo corpo esce una grande energia ed una circonferenza che circonda completamente il drago. Sulla circonferenza compaiono 8 punti equidistanziati. Alcuni di questi punti si collegano tra loro a 2 a 2 in modo che se un punto è utilizzato, è collegato al massimo con un altro punto e che i segmenti tracciati non si intersechino tra loro. Una volta completate tutte le possibili configurazioni di collegamento dei punti, secondo le regole descritte (considerando anche quella dove nessun punto viene collegato), il cerchio scompare e *Giratina* si solleva risanato. Quante diverse configurazioni sono servite per curare il drago leggendario?

19. UNIRE LE FORZE (Claudia Manotti)

Shaymin, *Giratina* e Ash tornano nel *Mondo Inverso* per cercare di bloccare Zero, mentre Lucinda, Brock e Newton, con l'aiuto dei *Pokémon* che vivono nella zona, in particolare un branco di *Mamoswine* guidati da *Regigigas*, tentano di bloccare l'avanzata dei ghiacci. Lucinda si rende subito conto che la probabilità di farcela è pari alla probabilità che le rette $y = mx$ e $y = k(x-2)$ (con $-10 \le m \le 10$ e $-10 \le k \le 10$) si incontrino in un punto di ascissa negativa. Qual è questa probabilità in percentuale?

20. LO SCONTRO DECISIVO (Simona Pieri)

Zero, con la sua macchina, utilizza gli attacchi di *Giratina*. *Shaymin* con l'aiuto dei *Pokémon* nel Mondo Reale cerca di tenergli testa. Nemmeno l'intervento di *Giratina* riesce a fermarlo. *Giratina* indica a *Shaymin* una griglia quadrata 3×3 presente su una cascata di ghiaccio. Il piccolo *Pokémon* intuisce che deve scrivere nella griglia le cifre da 1 a 9 (una per casella e senza ripetizioni) in modo che, detto r il più piccolo dei tre più grandi valori letti in ogni riga e c il più grande dei tre più piccoli valori letti in ogni colonna, accada che $\mathrm{r} \le \mathrm{c} \le 4$. *Shaymin* esegue il compito e questo blocca la macchina di Zero, permettendo a *Giratina* di colpirlo e di bloccare Zero nel ghiaccio. In quanti modi avrebbe potuto riempire la griglia il piccolo *Shaymin*? (dai la risposta divisa per 10)

21. GRACIDEA (Roberta Corisello)

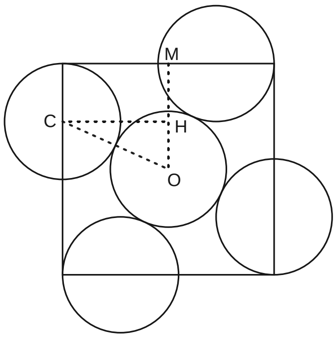
Tornata la calma, Giratina scompare nel cielo e il piccolo Shaymin arriva nel campo di Gracidea, dove incontra tutti i suoi simili. Il campo di Gracidea è un quadrilatero ciclico $ABCD$ dove P è il punto di intersezione delle diagonali dal quale passano tutti gli *Shaymin*. Alcuni percorrono il segmento AP lungo $60\ \mathrm{m}$ e altri il segmento BP che misura $180\ \mathrm{m}$. Se E è il punto di incontro dei lati AB e CD, tutti, prima o poi, raggiungono il triangolo ADE, dove si trasformano nella *Forma Cielo*. Ash stima in $12321\ \mathrm{m}^2$ l'area del triangolo ECB e si chiede quanto è grande l'area del triangolo ADE. Distratto dal volo degli *Shaymin* non completa il calcolo. Che risultato avrebbe trovato?

GARA DI MATEMATICA A SQUADRE FEMMINILE
IV FINALE NAZIONALE - SOLUZIONI
(13 maggio 2021)

1. SHAYMIN [2]

Poniamo $x = \dfrac{1}{350}$ e $y = 35$ nell'equazione funzionale assegnata: $f\left(\dfrac{1}{350}\cdot 35\right) = \dfrac{1}{350}\cdot f(35)$. Inserendo il valore noto $f(35) = 700$, otteniamo $f\left(\dfrac{1}{10}\right) = \dfrac{1}{350}\cdot 700 = 2$.

2. UNA LOTTA LEGGENDARIA [8229]



Riferendoci alla figura a lato, sia l il lato del quadrato ed x il raggio delle cinque circonferenze. Costruiamo il triangolo CHO dove CO è il segmento che unisce i centri delle due circonferenze, OM è perpendicolare al lato del quadrato e CH è perpendicolare al segmento OM.

Osserviamo che $OH = OM - MH = \dfrac{l}{2} - x$; $OC = 2x$ e $CH = \dfrac{l}{2}$. Per il Teorema di Pitagora: $OC^2 = CH^2 + OH^2$, quindi $4x^2 = \dfrac{l^2}{4} + \left(\dfrac{l}{2} - x\right)^2$ che semplificata porta all'equazione $6x^2 + 2lx - l^2 = 0$. Risolvendo l'equazione di secondo grado e scartando la soluzione negativa si ottiene: $x = \dfrac{\sqrt{7}-1}{6}l = \dfrac{\sqrt{7}-1}{6}\cdot 300\ \mathrm{m} = \left(\sqrt{7}-1\right)\cdot 50\ \mathrm{m} \cong 8228\ \mathrm{cm}$.

3. FUGA DAL MONDO INVERSO [35]

Raccogliendo a fattor comune 557^2 si ottiene $557^2\left(1^2 + 2^2 + \ldots + 557^2\right) = 557^2 \cdot \dfrac{557\cdot 558\cdot 1115}{6}$, dove nell'ultima uguaglianza si è sfruttata la formula per la somma dei quadrati: $1^2 + 2^2 + \ldots + n^2 = \dfrac{n(n+1)(2n+1)}{6}$.

Semplificando per 6 si ottiene $557^2 \cdot 557\cdot 93\cdot 1115$. Riducendo il calcolo modulo 100 abbiamo
$557^2 \cdot 557\cdot 93\cdot 1115 \equiv 57^3 \cdot 93\cdot 15 \equiv 93\cdot 93\cdot 15 \equiv 35 \bmod 100$.

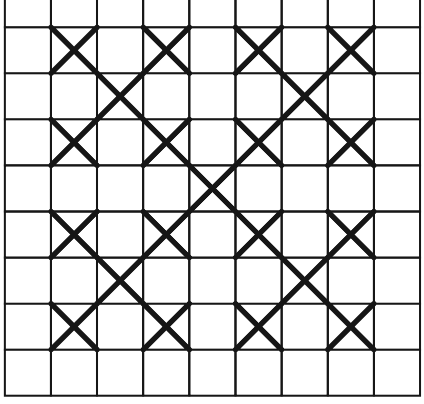
4. IL PICNIC [2021]

Eseguendo la sottrazione tra le due equazioni si ottiene $x^2 - y^2 = 2020x - 2020y$, cioè $(x-y)(x+y) = 2020(x-y)$ che semplificata ($x \neq y$) porta a $x + y = 2020$.

Eseguendo la somma tra le due equazioni si ha $x^2 + y^2 = 2022x + 2022y = 2022(x+y) = 2022\cdot 2020$.

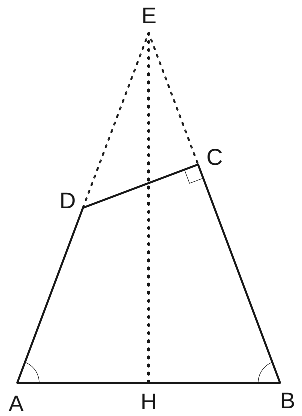
Il valore cercato è quindi $n = \sqrt{x^2 + y^2 + 1} = \sqrt{2022\cdot 2020 + 1} = \sqrt{(2021+1)(2021-1)+1} = \sqrt{2021^2 - 1 + 1} = 2021$.

5. IL TEST [21]



Supponiamo di tagliare tutti gli 81 quadrati come da indicazione. Otteniamo un totale di 180 pezzi. Infatti si hanno $9\cdot 4 = 36$ triangoli (9 per ciascun lato; ogni triangolo è un quarto di ciascun quadrato) e 144 quadrati (ove ogni quadrato è dato dall'unione di due dei triangoli appartenenti a due quadrati iniziali adiacenti e aventi un lato in comune). Accade infatti che in ciascuna delle 9 colonne e in ciascuna delle 9 righe della tavoletta, ci siano 8 quadrati (vale a dire, 8 coppie di quadrati iniziali adiacenti), da cui $8\cdot 9 + 8\cdot 9 = 144$. $144 + 36 = 180$ pezzi. "Riparando" un quadrato uniamo al più 4 pezzi diversi e così facendo diminuiamo il numero totale di pezzi di al più 3. Per ottenere un unico pezzo dobbiamo riparare almeno $\left\lceil \dfrac{179}{3} \right\rceil = 60$ quadrati. Ne consegue che la risposta cercata è $81 - 60 = 21$. Nella figura a fianco è riportata la soluzione.

6. IL PARCO [4464]



Prolungando i lati AD e BC fino ad incontrarsi in E si ottiene un triangolo isoscele ABE. DCE risulta essere un triangolo rettangolo e quindi, per il Teorema di Pitagora si ha che $DC^2 + CE^2 = DE^2$. Se $CE = x$, $DE = 36 + x$ (si è sfruttato il fatto che $AE = EB$).

Risolvendo l'equazione si ricava $x = 14\ \mathrm{m}$.

L'area del parco può essere trovata per differenza tra A_{ABE} e A_{DCE}.

Il triangolo ABE ha l'altezza $EH = \sqrt{100^2 - 60^2} = 80\ \mathrm{m}$.

$$A_{ABCD} = A_{ABE} - A_{EDC} = \frac{120 \cdot 80}{2} - \frac{48 \cdot 14}{2} = 4464\ \mathrm{m}^2.$$

7. NEWTON GRACELAND [288]

$$\sqrt{1+2+3+...+n} = \sqrt{\frac{n(n+1)}{2}}.$$

C'è bisogno che $\frac{n(n+1)}{2}$ sia un quadrato perfetto. Siccome n ed $n+1$ sono primi tra loro, La ricerca del più piccolo valore di n può essere limitata ai valori che sono il precedente, il successivo o il doppio di un quadrato perfetto.

Il più piccolo valore n con tre cifre è $n = 288$, infatti $\sqrt{\frac{288 \cdot 289}{2}} = \sqrt{144 \cdot 289} = 12 \cdot 17 = 204$.

8. LE NUBI VELENOSE [2618]

$x^6 - 3x^5 + 2x^4 - 3x^3 + 2x^2 - 3x + 1 = 0$ è un'equazione reciproca di VI grado. Raccogliamo a fatto comune x^3:

$x^3 - 3x^2 + 2x - 3 + \frac{2}{x} - \frac{3}{x^2} + \frac{1}{x^3} = 0$ che possiamo scrivere $x^3 + \frac{1}{x^3} - 3\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) + 2\left(x + \frac{1}{x}\right) - 3 = 0$.

Utilizzando i prodotti notevoli otteniamo:

$$\left(x+\frac{1}{x}\right)\left(\left(x+\frac{1}{x}\right)^2 - 3\right) - 3\left(\left(x+\frac{1}{x}\right)^2 - 2\right) + 2\left(x+\frac{1}{x}\right) - 3 = 0$$

Sostituendo $t = x + \frac{1}{x}$ si ottiene l'equazione

$t\left(t^2 - 3\right) - 3\left(t^2 - 2\right) + 2t - 3 = 0$ cioè

$t^3 - 3t^2 - t + 3 = 0$ che possiamo fattorizzare in

$(t-1)(t+1)(t-3) = 0$

I casi $t = \pm 1$ portano ad equazioni $x + \frac{1}{x} = \pm 1$ impossibili in $\mathbb{R}$.

Il caso $t = 3$ porta all'equazione $x + \frac{1}{x} = 3$ che ha soluzioni $x_{1,2} = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$.

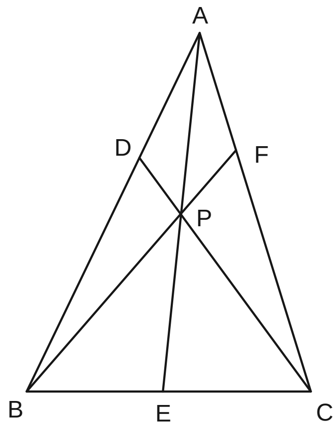
La soluzione richiesta è $\frac{3+\sqrt{5}}{2} \cdot 1000 = 1500 + 500\sqrt{5} \cong 2618,05$.

9. IL PORTALE [28]

Il primo termine della successione ammette resto 3 nella divisione per 53 ($100120 \equiv 3 \bmod 53$). Il secondo termine della successione ammette resto 4 nella divisione per 53 ($1001121 \equiv 4 \bmod 53$). In generale, si osserva che la differenza fra due termini consecutivi della successione è pari a $a_{k-1} - a_{k-2} = 901 \cdot 10^k + 1$ con $k \geq 3$. Poiché 53 divide 901, e quindi divide $901 \cdot 10^k$, ne segue che ogni termine della successione ammette resto maggiore di 1 rispetto al precedente (modulo 53). Allora la somma dei resti dei primi 70 termini è pari a $\frac{1}{2} \cdot 70 \cdot \left(3 + 72\right) = 2625 \equiv 28 \bmod 53$.

10. L'ATTACCO DEI MAGNEMITE [48]

Sia $X = A_{BPA} = A_{BPE}$, $Y = A_{APC} = A_{EPC}$ .e $Z = A_{ADP}$.



$2X + 2Y = 432$, quindi $X + Y = 216$.

Dal rapporto $\frac{DP}{PC} = \frac{1}{3}$ segue che $\frac{Z}{Y} = \frac{1}{3}$ cioè $Y = 3Z$ e $\frac{X-Z}{X+Y} = \frac{1}{3}$ cioè $3X - 3Z = X + Y$.

Sostituendo la prima relazione si scopre che $3X - Y = X + Y$, cioè $X = Y$.

Quindi $X = Y = 108\ \mathrm{m}^2$ e $Z = 36\ \mathrm{m}^2$. E risulta essere il punto medio del segmento BC.

Risulta essere: $\frac{AD}{DB} = \frac{A_{ACD}}{A_{DCB}} = \frac{Z+Y}{X-Z+X+Y} = \frac{36+108}{72+216} = \frac{1}{2}$.

Poiché per il Teorema di Ceva si ha

$\frac{AD}{DB} \cdot \frac{\cancel{BE}}{\cancel{EC}} \cdot \frac{CF}{FA} = 1$ allora $\frac{FA}{CF} = \frac{1}{2}$.

Essendo $\frac{AD}{DB} = \frac{FA}{CF} = \frac{1}{2}$, il triangolo ADF risulta simile al triangolo ABC con rapporto di similitudine $\frac{1}{3}$.

$A_{ADF} = \frac{1}{9} A_{ABC} = 48\ \mathrm{m}^2$.

11. LA FORMA CIELO [6061]

Siano a, b e c tre numeri tali che $\frac{a+b+c}{3} = 2021$, cioè $a+b+c = 6063$. Volendo minimizzare abc, con i vincoli imposti dal problema, possiamo mettere $a = b = 1$ e così $c = 6061$. In questo modo $abc = 6061$.

12. SOTTO ATTACCO [2601]

Il numero dei termini che rimarranno dopo lo sviluppo delle due potenze e la semplificazione saranno tanti quanti quelli positivi della seconda potenza. Osserviamo che la potenza $(2x-3y-z)^{100}$ è equivalente a $(-2x+3y+z)^{100}$.

Il termini del suo sviluppo sono $(-2x)^{k_1}(3y)^{k_2}(z)^{k_3}$ con $k_1 + k_2 + k_3 = 100$.

I termini positivi saranno quelli con k_1 pari e quindi con $k_2 + k_3$ pari.

$k_2 + k_3 = 0$ in un solo caso, $k_2 + k_3 = 2$ in 3 casi, $k_2 + k_3 = 4$ in 5 casi e via di seguito.

Il numero dei termini è $1+3+5+...+101 = 51^2 = 2601$.

13. IN FUGA [62]

Se il Re dice la verità allora le posizioni possibili per il pezzo bianco sono solo sulla stessa riga, colonna o diagonale del pezzo nero.

Analizziamo le possibilità per il pezzo bianco ricordandoci che non deve mettere sotto scacco il Re nero:

Se è un cavallo può essere in tutte le caselle sopra indicate (21); se è una torre può stare solo sulla diagonale (7 caselle); se è un alfiere può stare in una delle caselle di una riga o di una colonna (14); infine, se è un Re, può occupare una qualunque delle caselle, tranne le tre adiacenti al Re nero (18). In totale abbiamo 60 casi.

Se il Re mente l'unico pezzo che può stare in una casella diversa da una riga, colonna o diagonale e tenere il Re sotto scacco è un cavallo ed ha 2 sole caselle per farlo.

In totale vi sono 62 possibilità.

14. SORPRESA [33]

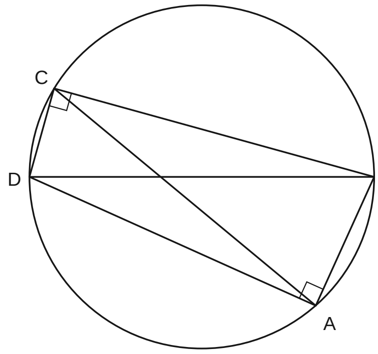
Siano $c-k$, c e $c+k$ le tre soluzioni in progressione aritmetica (di ragione k) del polinomio assegnato.

Per le relazioni radici coefficienti deve essere che la loro somma vale $\frac{75}{50}$ e quindi $3c = \frac{3}{2}$, cioè $c = \frac{1}{2}$.

Per calcolare il valore di a ci basta sostituire la soluzione trovata nell'equazione: $50\left(\frac{1}{2}\right)^3 - 75\left(\frac{1}{2}\right)^2 + a\frac{1}{2} - 4 = 0$

$\frac{25}{4} - \frac{75}{4} + \frac{a}{2} - 4 = 0$ e quindi $a = 33$.

15. LA CATTURA [185]



Per costruzione, DB risulta essere il diametro della circonferenza.
Avendo tutte le misure del triangolo ABC possiamo calcolare il raggio della circonferenza con la formula $R = \dfrac{abc}{4A}$.
Determiniamo l'area di ABC sfruttando la formula di Erone semplificandoci il calcolo osservando che tutti i lati sono multipli di 12

$$A_{ABC} = 12^2 \sqrt{45 \cdot (45-40)(45-37)(45-13)} = 144 \cdot \sqrt{45 \cdot 5 \cdot 8 \cdot 32} = 144 \cdot 240 \text{ dm}^2 .$$

$$DB = 2R = 2\frac{abc}{4A} = \frac{12 \cdot 40 \cdot 12 \cdot 37 \cdot 12 \cdot 13}{2 \cdot 144 \cdot 240} = 481 \text{ dm} .$$

Il triangolo DBC è rettangolo, visto che DB è il diametro, quindi, sfruttando il Teorema di Pitagora, possiamo determinare la misura di DC:

$$DC = \sqrt{DB^2 - BC^2} = \sqrt{481^2 - 444^2} = 185 \text{ dm} .$$

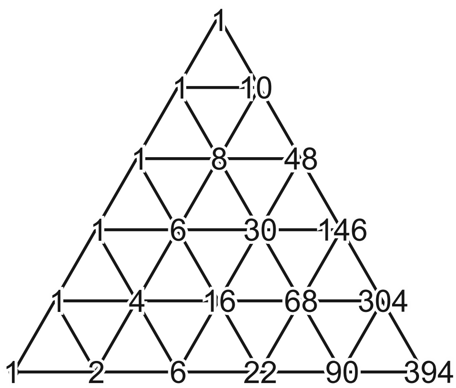
16. FERMARE LA MACCHINA [394]

Prima soluzione

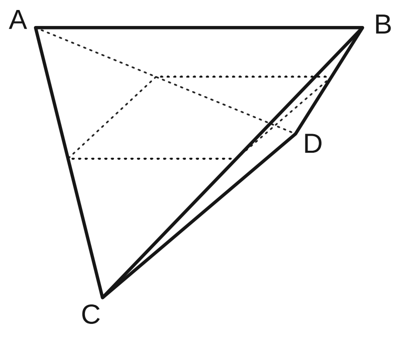
Indichiamo con S lo spostamento in alto a destra, con G lo spostamento in basso a destra e D lo spostamento a destra.
Valutiamo i casi a seconda del numero di passi D.
Nessun passo D.
La sequenza di 5 S e 5 G deve avere sempre sottosequenze in cui il numero di S è sempre maggiore o uguale al numero di G. La soluzione è data dai numeri di Catalan $C_5 = 42$
Un passo D. Eliminato lo spostamento D la sequenza che rimane è formata da di 4 S e 4 G con la stessa richiesta di prima e quindi abbiamo $C_4 = 14$ sequenze valide. Ora dobbiamo inserire lo spostamento D all'inizio alla fine o in qualsiasi spazio tra due lettere. Abbiamo in totale $14 \cdot 9 = 126$ possibili percorsi.
Con due passi D, una volta costruita la sequenza di 3 S e 3 G ($C_3 = 5$) ci restano 7 posti per mettere due D.
Utilizzando le combinazioni con ripetizione, abbiamo $C^*_{7,2} = \binom{7+2-1}{2} = \binom{8}{2} = 28$ possibilità. In totale avremo $5 \cdot 28 = 140$ possibili percorsi.
Con tre passi D: $C_2 \cdot C^*_{5,3} = 2 \cdot \binom{7}{3} = 70$ possibili percorsi.
Con quattro passi D c'è un solo modo per ordinare S e G, quindi vi sono $C^*_{3,4} = \binom{6}{4} = 15$ percorsi possibili.
Infine con cinque passi D vi è una sola possibilità.
In totale abbiamo $42 + 126 + 140 + 70 + 15 + 1 = 394$ percorsi.

Seconda soluzione

Visto che un punto può essere raggiunto o da sinistra, o dal basso sinistra o dall'alto sinistra, possiamo scrivere direttamente sullo schema il numero dei percorsi ed effettuare le somme vertice per vertice, come nella figura a lato.



17. L'INIZIO DELLA FINE [900]



Osservando la figura a fianco si vede che il tetraedro è stato diviso in due solidi congruenti e quindi il quadrato della superficie che si forma collega i punti medi dei lati.
Sapendo che il volume del tetraedro è $18\sqrt{2} \text{ dm}^3$, possiamo calcolare la misura dello spigolo l: $V = \dfrac{\sqrt{2}}{12} l^3 = 18\sqrt{2}$ e quindi $l = 6 \text{ dm} = 60 \text{ cm}$.
Il lato del quadrato è la metà dello spigolo, visto che il quadrato si forma unendo i punti medi e quindi la superficie richiesta vale $30 \cdot 30 = 900 \text{ cm}^2$.

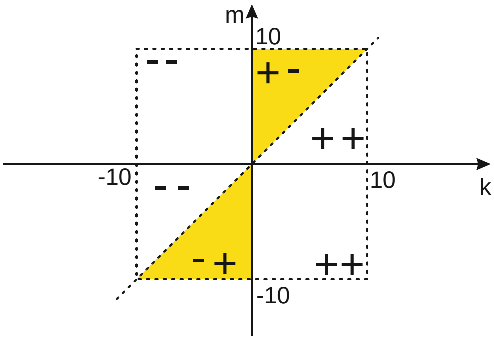
18. AROMATERAPIA [323]

Scelti $2n$ punti sulla circonferenza, il numero dei modi per cui posso tracciare n segmenti che non si intersecano è dato dai numeri di Catalan di ordine n.

La soluzione del problema è quindi

$$\sum_{i=0}^{4}\binom{8}{2i}\cdot C_i=\binom{8}{0}C_0+\binom{8}{2}C_1+\binom{8}{4}C_2+\binom{8}{6}C_3+\binom{8}{8}C_4=1\cdot 1+28\cdot 1+70\cdot 2+28\cdot 5+1\cdot 14=323$$

19. UNIRE LE FORZE [25]



Scriviamo l'ascissa del punto di intersezione in funzione di k ed m:

$mx=k(x-2)$ cioè $x=\dfrac{2k}{k-m}$.

Dobbiamo risolvere la disuguaglianza $x=\dfrac{2k}{k-m}<0$.

Rappresentiamo il tutto su un piano cartesiane di ascissa k e ordinata m.

Il numeratore è positivo a destra dell'asse delle ordinate, mentre il denominatore è positivo al di sotto della bisettrice del primo e terzo quadrante (vedi figura).

L'area della parte di piano che risolve il problema (evidenziato in figura) è $\dfrac{1}{4}$ del quadrato $-10\le k\le 10$, $-10\le m\le 10$ e quindi la probabilità è pari al 25%.

20. LO SCONTRO DECISIVO [3888]

Osserviamo subito che la disuguaglianza si completa osservando che $r\ge 3$, quindi $3\le r\le c\le 4$

Abbiamo 3 casi.

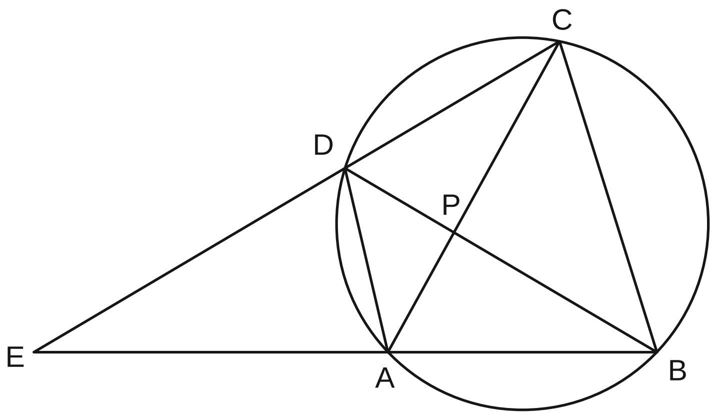
Primo caso. $r=c=3$. I tre numeri più bassi dovranno stare necessariamente in colonne diverse ($c=3$) ma nella stessa riga ($r=3$). Scelta la riga in cui posizionare i 3 numeri, abbiamo $3!$ modi per ordinarli. I restanti numeri possiamo disporli in $6!$ modi. In totale abbiamo $3\cdot 3!\cdot 6!=12960$ possibili distribuzioni.

Secondo caso. $r=3$, $c=4$. Essendo $r=3$, i tre numeri più bassi dovranno stare nella stessa riga, ma questo vuol dire che comunque si posizioni il 4 la condizione $c=4$ non potrà mai essere verificata, in quanto il 4 non sarà mai il numero più piccolo su una colonna.

Terzo caso. $r=c=4$. Il numero 4 si trova nella stessa riga con due tra 1, 2 e 3. Quello scartato dei tre non deve stare nella stessa colonna del 4. Gli altri 5 numeri possono essere messi in qualsiasi modo. In totale abbiamo $3\cdot\binom{3}{2}\cdot 3!\cdot 4\cdot 5!=25920$ distribuzioni

La soluzione è $12960+25920=38880$.

21. GRACIDEA [1369]



Riferendoci alla figura a fianco, osserviamo che gli angoli $E\hat{D}A=A\hat{B}C$ in quanto entrambi supplementari dell'angolo $A\hat{D}C$, così come $E\hat{A}D=D\hat{C}B$ in quanto supplementari dell'angolo $D\hat{A}B$. I triangoli ADE ed EBC sono simili dunque simili. Determiniamo il rapporto si similitudine.

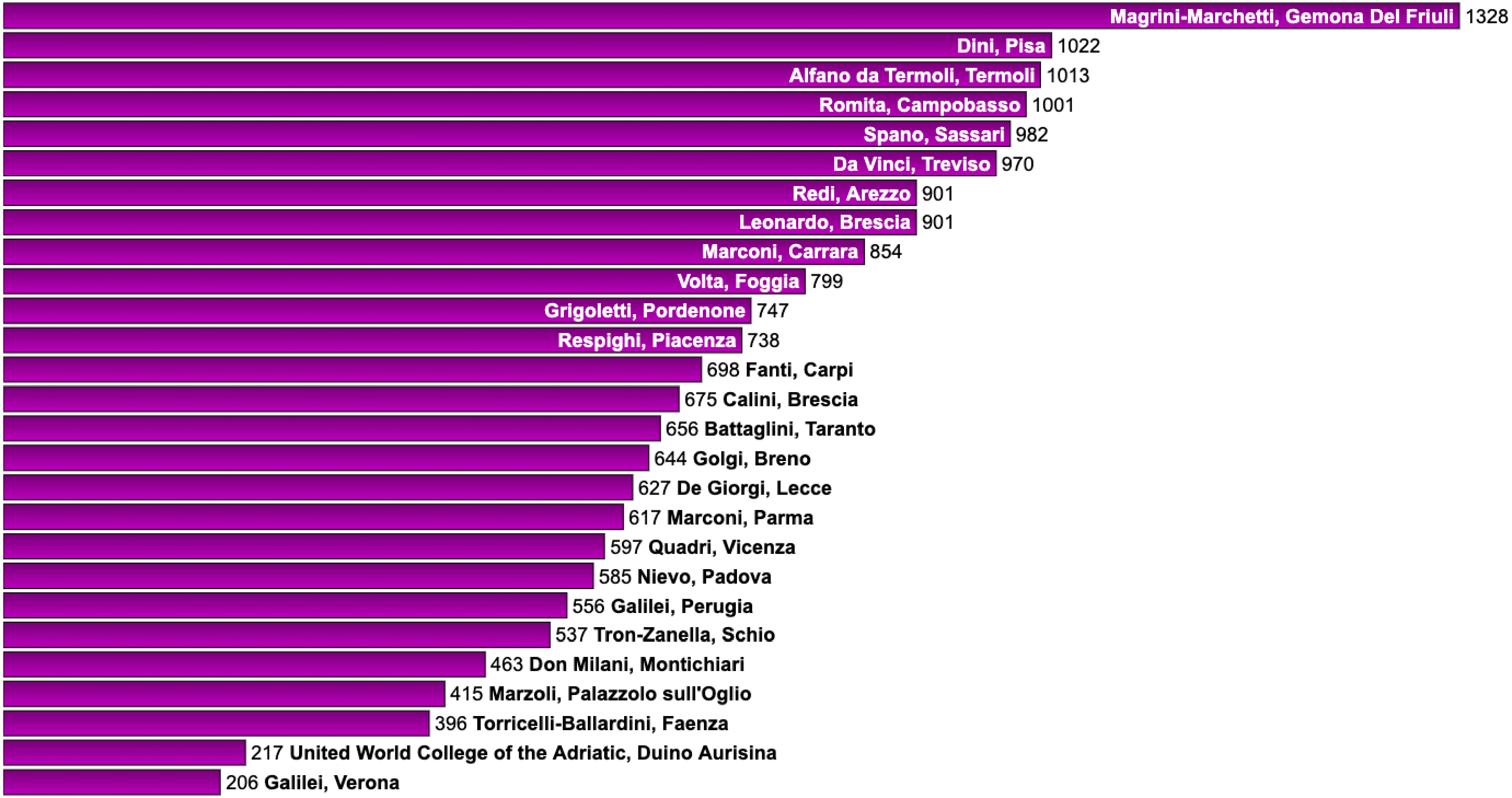
I triangoli ADP e PBC sono simili in quanto $A\hat{D}B=A\hat{C}B$ e $D\hat{A}C=D\hat{B}C$

Il rapporto di similitudine tra i lati vale: $\dfrac{AD}{BC}=\dfrac{AP}{BP}=\dfrac{60}{180}=\dfrac{1}{3}$

Avendo scoperto che $\dfrac{AD}{BC}=\dfrac{1}{3}$, il rapporto tra le aree dei triangoli ADE e ECB è $\dfrac{1}{9}$.

$A_{ADE}=\dfrac{1}{9}A_{EBC}=\dfrac{1}{9}12321=1369\ \mathrm{m}^2$.

Finale Femminile - Classifica squadre



FINALE GARA A SQUADRE FEMMINILE 2021 (13/05/2021)

			D.1	D.2	D.3	D.4	D.5	D.6	D.7	D.8	D.9	D.10	D.11	D.12	D.13	D.14	D.15	D.16	D.17	D.18	D.19	D.20	D.21
			31	38	37	52	49	41	41	56	68	58	36	107	81	46	79	55	60	120	122	105	96
1	Magrini Marchetti [Gemona Del Friuli]	1328	31	38	27	-10	55	41	41	57		64	36	115	-20	52		56		280 J	142	113	
2	Dini [Pisa]	1022	37	30	27	58	50	94 J	41	60	-30	78	39	117		50		-20	75	-10			116
3	Alfano Da Termoli [Termoli]	1013	21	32	38	67		31	56	66		66	42	71	-10	132 J	89						102
4	Romita [Campobasso]	1001	36	28	47	55	-20	41	49	76	78	63	51	-10	202 J			-10			-10	115	
5	Spano [Sassari]	982	35	43	32	72	39	41	61	59	156 J		38	127	-10	39	80			-40			
6	Da Vinci [Treviso]	970	31	-10	17	60	57	41		61		62	36			-10	99	50	160 J				106
7	Redi [Arezzo]	901	51	46	41		52	45	46				36		75	48	84	57	120 J		-10		
8	Leonardo [Brescia]	901	31	58	52		43	51			83	58	36	-10	-10	46	75	-40 J	-10	-10	137		101
9	Marconi [Carrara]	854	31		43		-20				-30			113	66	61	-20 J	63		135	-10	101	111
10	Volta [Foggia]	799	39	8	45	62		46	47	62			62 J	122	-10	44	82	-20					
11	Grigoletti [Pordenone]	747	31	18	27		41		45		66		44		57								208 J
12	Respighi [Piacenza]	738	31	31		-10	39		51				36		142 J	47		61		-20		120	
13	Fanti [Carpi]	698	31	-20	17		-10		41		-10	60	36				174 J	70					99
14	Calini [Brescia]	675	31	19	37		39	56				73	26	184 J									
15	Battaglini [Taranto]	656	31		27	57	-10		31			-10	37	110	-30	51	162 J					-10	
16	Golgi [Breno]	644		-20			59	122 J	42		-10		46		79			58	68			-10	
17	De Giorgi [Lecce]	627	34	34	37			42	41				92 J					39					98
18	Marconi [Parma]	617	31	28	40		49					61	36		172 J							-10	
19	Quadri [Vicenza]	597	31	-10	29				31				36				J	55		-10		125	100
20	Nievo [Padova]	585	31	28			-10	41		71			36				188 J				-10		
21	Galilei [Perugia]	556	41	-50	57	46	-20	11	-10	64			36	99	-30	112 J						-10	
22	Tron-Zanella [Schio]	537	33	18	37	-10	-20	44	44	58	74		36		-20		83	-40 J		-10			
23	Don Milani [Montichiari]	463	31	33			69						40		-50			130 J					
24	Marzoli [Palazzolo Sull'Oglio]	415	32	38	37		44	33				-10	36		-30		-40 J	75		-10			
25	Torricelli-Ballardini [Faenza]	396	46	-20	-20		64	49	41				36		-10			J					
26	UWCAd [Duino Aurisina]	217	31		-20							-20 J	26								-10		
27	Galilei [Verona]	206			37				43				36					-20	-10	-80 J	-10		

XXII Gara Nazionale a Squadre

Ministero dell'Istruzione

Finale Nazionale – 14 Maggio 2021

Istruzioni Generali

- Per ogni problema, indicare sul cartellino delle risposte un intero compreso tra 0000 e 9999.
- Se la quantità richiesta non è un numero intero, dove non indicato diversamente, si indichi la sua parte intera.
- Se la quantità richiesta è un numero negativo, oppure se il problema non ha soluzione, si indichi 0000.
- Se la quantità richiesta è maggiore di 9999, si indichino le ultime quattro cifre della sua parte intera.
- I problemi più impegnativi (a nostro giudizio) sono contrassegnati da una o più stelle [$\star$].
- Nello svolgimento dei calcoli può essere utile tener conto dei seguenti valori approssimati:

$$\sqrt{2} = 1.4142 \qquad \sqrt{3} = 1.7321 \qquad \sqrt{5} = 2.2361 \qquad \sqrt{7} = 2.6458 \qquad \pi = 3.1416.$$

Scadenze importanti

- **10 minuti dall'inizio**: termine per la scelta del problema Jolly (dopo verrà dato d'ufficio il primo problema).
- **30 minuti dall'inizio**: termine per rivolgere domande sul testo.
- **120 minuti dall'inizio**: termine della gara.

1. L'inizio di una grande avventura

Nella regione di Kantor, nella città di Biancavillani, le case di nAsh e di Green (posizionate in A e B rispettivamente) e il laboratorio del prof. oaT (posizionato in L) formano un triangolo inscritto in una circonferenza di raggio 2000. nAsh e Green muovono i loro primi passi per diventare Campioni della Lega Mathémon camminando sui segmenti che congiungono le loro case al laboratorio. Se M è il punto medio di AB e in un certo istante nAsh e Green si trovano rispettivamente nei punti N e G tali che $\widehat{MNA} = \widehat{MAN} = 70°$ e $\widehat{MGB} = \widehat{MBG} = 80°$, quanto vale il raggio della circonferenza circoscritta a NGL?

2. Il mio primo Mathémon

«Viva i Mathémon, tosti e...». Il distratto nAsh viene richiamato dal prof. oaT: «Ehi, aspetta nAsh, non andare! È pericoloso! Non puoi avventurarti nell'erba alta senza Mathémon! Te ne darò uno, Picauchy, se saprai rispondere alla seguente domanda. Detto

$$p(n) = \mathrm{MCD}(1,n)\cdot\mathrm{MCD}(2,n)\cdots\mathrm{MCD}(n-1,n)\cdot\mathrm{MCD}(n,n),$$

quanto vale la somma di tutti i possibili valori di n tali che che l'esponente di 2 nella fattorizzazione di $p(n)$ è esattamente 105?»

3. Il suo primo Mathémon

«Nonno, non ce la faccio più ad aspettare!». A queste parole, il prof. oaT ribatte: «Abbi un po' di pazienza, Green. Ce n'è uno anche per te. Dimmi solo quanto vale $s(2310)$, dove

$$s(n) = \mathrm{MCD}(1,n)+\mathrm{MCD}(2,n)+\ldots+\mathrm{MCD}(n-1,n)+\mathrm{MCD}(n,n).»$$

4. La Scheda Allenatore [$\star$]

Ad ognuno degli infiniti allenatori all'inizio del loro viaggio viene assegnato un polinomio identificativo $p(x)$ a coefficienti interi, in modo che ad ogni polinomio a coefficienti interi sia associato uno e un solo allenatore. La Scheda Allenatore, per semplicità, non riporta $p(x)$, bensì il suo *carattere*, definito come la differenza tra il quadrato della somma dei coefficienti di grado pari e il quadrato della somma dei coefficienti di grado dispari. Due allenatori si dicono *compatibili* se le loro Schede Allenatore riportano lo stesso carattere. Determinare, al variare di tutte le coppie di allenatori tra loro compatibili, il massimo numero primo che divide sempre $p(999)p(-999)-q(999)q(-999)$, dove p e q sono i polinomi identificativi dei due allenatori.

5. La palestra di RosenBrock [$\star$]

Durante la sfida alla prima palestra della regione di Kantor, nAsh chiede a RosenBrock quanti massi compongano il suo enorme Mathémon di tipo Roccia: «Il loro numero è tale che, per scrivere il suo quadrato e il suo cubo, utilizzi tutte le cifre decimali, ciascuna una sola volta.» Quanti massi compongono il Mathémon di RosenBrock?

6. La palestra di Mistyrling

Prima di sfidare Mistyrling, nAsh deve affrontare 8 sfide, ciascuna contro una coppia composta da un allenatore e una allenatrice. Ogni allenatore o allenatrice manderà in campo uno tra Squilbert e Goldbacheen, in modo tale che nessuna coppia mandi in campo due Mathémon uguali.

nAsh sa che, per $1 \leq i \leq 4$, almeno uno tra l'allenatore della sfida i e l'allenatore della sfida $2i$ manderà in campo Squilbert, e che almeno una tra l'allenatrice della sfida i e l'allenatrice della sfida $i+1$ manderà in campo

Squilbert. Quanti sono i casi possibili? *Nota: per "casi possibili" si intendono i modi di associare ad ognuna delle 16 persone un Mathémon tra Squilbert e Goldbacheen.*

7. La palestra di Lt. Surgermaine

Il terzo capopalestra, Lt. Surgermaine, è noto per adoperare i suoi Mathémon di tipo Elettro, perfettamente circolari, Voltorbicelli ed Electrotele. Il suo schieramento di battaglia consiste in un triangolo ABC di lati $AB = 5$, $AC = 12$, $BC = 13$, con un Voltorbicelli inscritto in ABC, tangente ad AB in D e ad AC in E. In seguito, manda in campo due Electrotele: uno si posiziona tangente ad AB in D, alla retta BC e al Voltorbicelli, l'altro si posiziona tangente ad AC in E, alla retta BC e al Voltorbicelli. Quanto vale l'area del triangolo formato dal centro del Voltorbicelli e dai centri dei due Electrotele?

8. Il box del PC

I Mathémon, si sa, possono essere depositati nei PC in box formati da 44 righe e 48 colonne. nAsh dedica il box numero 1 alle famiglie con tre stadi evolutivi, come Charmangardner, Charmilnor e Charizhardy, disponendo i Mathémon secondo la seguente regola: per ciascuna famiglia evolutiva, i primi due Mathémon devono trovarsi sulla stessa riga e su colonne adiacenti, mentre il terzo deve trovarsi sulla riga successiva e sulla stessa colonna di uno dei primi due. nAsh riesce ad occupare completamente tutti i posti che non sono nell'ultima riga o nell'ultima colonna, mentre solo N posti sul totale dei 91 rimanenti risultano occupati. Quanto vale N?

9. Una squadra divisibile

A metà del suo viaggio nella regione di Kantor, il MathéDex di nAsh si compone di 40 Mathémon, numerati da 1 a 40. Quante sono le possibili squadre di 4 Mathémon distinti che nAsh può scegliere in modo che la somma dei loro numeri di MathéDex sia divisibile per 5?

10. Fuga da Lavoisonia

Arrivato a Lavoisonia, nAsh trova tante persone che vogliono andarsene, disturbate da suoni sinistri. Decide di aiutare Mr. Fujulia, che deve traslocare la sua preziosa raccolta di MT ("Matematiche Temibili"). Ogni MT consiste in un quadrato rigido di lato 20 cm e 1 mm di spessore. Lo scatolone in cui bisogna metterli è un cubo di spigolo 30 cm. Per non rovinarne la custodia, ogni MT deve essere collocata o in orizzontale, o in verticale con un lato orizzontale. Per quanto ci provi, nAsh non riesce a riempire lo scatolone completamente. Quant'è al massimo la frazione di volume che riesce a riempire ? *Rispondere con la somma di numeratore e denominatore della frazione ridotta ai minimi termini.*

11. Il casinò di Azzurroppoli

Nel casinò di Azzurroppoli, nAsh si imbatte in un poster sospetto, recante l'immagine di un triangolo di lati 306, 408 e 510, contenente tre cerchi di raggio 2, ciascuno tangente a due dei lati del triangolo. Tastando il poster, nAsh si accorge della presenza di un quarto cerchio, tangente *esternamente* ad ognuno dei primi tre. Tale cerchio è un pulsante, che apre l'accesso al nascondiglio del Team Rockenujan! Quanto vale il raggio del pulsante?

12. Snoetherlax e il Mathé Flauto

Uno Snoetherlax addormentato blocca la strada! Per svegliarlo nAsh deve suonare il Mathé Flauto, ma non sa quali siano le note corrette. Gli infiniti fori sul Mathé Flauto sono etichettati dai numeri interi. Mr. Fujulia rivela a nAsh che ogni nota della melodia è ottenuta chiudendo una coppia di fori (x,y) tali che $x^2+36y^2+4x^2y^2+4x^2y-24xy^2+48xy+30x-180y+232$ sia un quadrato perfetto. Quanto vale la somma dei possibili valori *distinti* che può assumere x?

13. La mappa di Kantor [⋆⋆]

Una volta appresa la MN Volo ("Matematica Non Volontaria"), nAsh consulta la mappa di Kantor per decidere in quale città spostarsi. Nota che ogni città è collegata ad esattamente altre 3 città da altrettante strade (inclusi i ben noti passaggi sotterranei); inoltre, partendo da una qualunque città, è possibile raggiungere ogni altra città percorrendo al più 3 strade. Quante città ci sono al massimo nella regione di Kantor?

14. La palestra di Kogalois

«Ahahah! Sono Kogalois, il capopalestra di tipo Veleno. Baricentriche, LTE, Combinatorial Nullstellensatz: ti distruggerò con le mie infide tecniche! Dimostrami quanto vali trovando i numeri naturali di due cifre a, b, c per cui $4a+4b+4c+abc = 2439+2ab+2bc+2ca$, con $a < b < c$. Quanto vale $ab-c$?»

15. La nascita di Newtwo

Esplorando le rovine della Villa Mathémon sull'Isola Matenella, nAsh si imbatte nei mostruosi calcoli di Giovandelbrot e Mr. Fujulia per creare il Mathémon più forte di sempre: Newtwo! Se (x_n,y_n) sono coppie di numeri reali tali che per ogni $n \geq 1$ valgono $y_n = \frac{x_n}{2}\left(-1+\sqrt{1+\frac{4}{x_n^3}}\right)$ e $y_n x_n = -n$, la nascita di Newtwo era prevista dopo un numero di giorni pari a

$$\frac{1}{|x_1+y_1|}+\frac{1}{|x_2+y_2|}+\ldots+\frac{1}{|x_{151}+y_{151}|}.$$

«Quindi, nAsh, quanti giorni ha richiesto la creazione di Newtwo?» chiede in seguito il prof. oaT.

16. Il SuperQuattro di Algebra [⋆]

Finalmente giunto sull'AltoIperpiano Blu, nAsh deve affrontare le ultime sfide che lo separano dal titolo di Campione della Lega Mathémon: i SuperQuattro Problemi! Il primo consiste in questo: qual è la soluzione positiva dell'equazione $\sqrt{5-x}=5-x^2$? *Dare come risposta la soluzione moltiplicata per 1000.*

17. Il SuperQuattro di Combinatoria

Nella stanza del secondo SuperQuattro, nAsh si trova di fronte ad n esemplari dell'n-esimo Mathémon del MathéDex di Kantor, per ogni $1 \leq n \leq 2021$. Il Mathémon di numero di MathéDex 1 compie 2021 passi; i Mathémon di numero di MathéDex 2 compiono 2020 passi ciascuno, e così via, fino ai Mathémon di numero di MathéDex 2021, che compiono 1 passo ciascuno. Ogni volta che un Mathémon compie un passo lascia una impronta; due Mathémon hanno impronte uguali se e solo se hanno stesso numero di MathéDex. Al massimo, quante volte è presente una data impronta?

18. Il SuperQuattro di Geometria [⋆]

Una volta entrato nella stanza del terzo SuperQuattro, nAsh si accorge che essa è perfettamente circolare, con le pareti rivestite da specchi. Un biglietto attaccato sulla parete recita: "Posiziona Picauchy nel punto diametralmente opposto a questo e fagli colpire questo biglietto con un un lampo di luce che rimbalzi al più 9 volte sulle pareti prima di giungere qui." In quante possibili direzioni Picauchy potrà sparare il suo lampo di luce? *Il primo rimbalzo, se c'è, deve avvenire in un punto della circonferenza distinto da quello in cui è presente Picauchy*

19. Il SuperQuattro di Teoria dei Numel [⋆⋆]

nAsh: «Prof. oaT, non pensavo che nella regione di Kantor vivessero i Num. . . ». Prof. oaT: «C'è tempo e luogo per ogni cosa, ma non ora! Concentrati sull'ultimo SuperQuattro! Devi calcolare il resto della divisione per 47^2 del numero $1^{46c+1}+2^{46c+1}+\ldots+2021^{46c+1}$.» nAsh: «L'ho risolto, ma solo per $c=5$, e la soluzione è. . . Ora sono il Campione della Lega Mathémon!» Prof. oaT: «Lo saresti stato, se un allenatore non avesse risolto i Problemi prima di te. Il suo nome è. . . ». *Quale numero ha detto nAsh al prof. oaT?*

20. L'ultima sfida [⋆⋆]

Green: «Campione della Lega Mathémon! nAsh! Sai cosa significa? Sono l'allenatore migliore del mondo!» nAsh: «Non credo, Green. Vedi, il simbolo della Lega Mathémon è composto da quattro Mathé Ball circolari: la prima, Γ, ha raggio 20; la seconda e la terza, Γ_1 e Γ_2, hanno raggio 5 e 15 e sono tangenti internamente a Γ in due punti A, B tali che $AB=32$; la quarta è tangente a Γ_1, Γ_2 e al maggiore dei due archi AB di Γ. Un vero Campione saprebbe calcolare al volo il raggio di quest'ultima.» Green: «...cosa? Non può essere! Non è giusto!» *Qual è il raggio della quarta Mathé Ball? Rispondere con la somma di numeratore e denominatore della frazione ridotta ai minimi termini.*

21. Le aiuole del prof. oaT [⋆]

nAsh è giunto alla fine del suo viaggio per la regione di Kantor. Mentre ammira tutti i suoi Mathémon nel giardino del prof. oaT, si accorge che questo è composto da tante aiuole, a due a due non congruenti. Le forme delle aiuole sono tutti i triangoli non degeneri con lati interi, perimetro minore di 60 e con un angolo pari al doppio di un altro. La mamma di nAsh, vedendo il figlio pensoso, gli concede: «Se saprai trovare la somma dei loro perimetri, avrai il permesso di andare ad allenarti sul monte Argel'fand.». Quanto vale questa somma?

XXII Gara Nazionale a Squadre

Ministero dell'Istruzione

Finale Nazionale – Soluzioni – 14 Maggio 2021

Nr.	Problema	Soluzione
1	L'inizio di una grande avventura	1732
2	Il mio primo Mathémon	0582
3	Il suo primo Mathémon	6855
4	La Scheda Allenatore [$\star$]	0499
5	La palestra di RosenBrock [$\star$]	0069
6	La palestra di Mistyrling	0012
7	La palestra di Lt. Surgermaine	0169
8	Il box del PC	0058
9	Una squadra divisibile	8278
10	Fuga da Lavoisonia	0017
11	Il casinò di Azzurroppoli	0248
12	Snoetherlax e il Mathé Flauto	0036
13	La mappa di Kantor [$\star\star$]	0020
14	La palestra di Kogalois	0176
15	La nascita di Newtwo	1476
16	Il SuperQuattro di Algebra [$\star$]	1791
17	Il SuperQuattro di Combinatoria	2121
18	Il SuperQuattro di Geometria [$\star$]	0045
19	Il SuperQuattro di Teoria dei Numel [$\star\star$]	1504
20	L'ultima sfida [$\star\star$]	0073
21	Le aiuole del prof. oaT [$\star$]	0259

Finale Nazionale - Classifica squadre