



I Giochi di Archimede

- Gara Triennio -



311

1 dicembre 2022

- La prova è costituita da 16 problemi. Ogni domanda è seguita da 5 risposte indicate con le lettere (A), (B), (C), (D), (E). Una sola di queste risposte è corretta, le altre 4 sono sbagliate.
- Ciascuna risposta corretta vale 5 punti, ciascuna risposta sbagliata vale 0 punti. Per ogni risposta lasciata in bianco oppure illeggibile verrà assegnato 1 punto.
- Per ognuno dei problemi, devi trascrivere la lettera corrispondente alla risposta che ritieni corretta nella griglia riportata qui sotto. Non sono ammesse cancellature o correzioni sulla griglia. Non è consentito l'uso di alcun tipo di calcolatrice o di strumenti di comunicazione.

Il tempo che hai a disposizione per svolgere la prova è di 100 minuti.
Buon lavoro e buon divertimento!

COGNOME NOME

CLASSE e SEZ. DATA DI NASCITA SESSO

CONTATTO (cell. o mail)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16

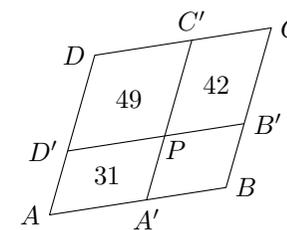
1. Dato un intero positivo n , quale tra i seguenti numeri differisce meno da $(n + \frac{3}{2})^2$?
(A) $(n + 2)^2$ (B) $(n + 1)^2$ (C) $(n + 1)(n + 2)$ (D) $n^2 + 2$ (E) $n^2 + \frac{9}{4}$
2. ABC è un triangolo isoscele con $\overline{AC} = \overline{BC}$. Si scelgono due punti A' , A'' sul lato AC e un punto B' sul lato BC in modo tale che $\overline{AB} = \overline{BA'} = \overline{A'B'} = \overline{B'A''} = \overline{A''C}$. Qual è l'ampiezza dell'angolo $\widehat{AC'B}$?
(A) 18° (B) 15° (C) 24° (D) 20° (E) 30°

3. Gabriele nota che il numero 2022 si scrive con 3 cifre uguali e una quarta cifra differente dalle altre 3. Quanti sono in tutto i numeri naturali di 4 cifre che si scrivono con 3 cifre uguali e una quarta cifra differente dalle altre 3?
(A) 324 (B) 315 (C) 243 (D) 216 (E) 288

4. Il professore ha appena riportato i compiti corretti in una classe. La media di tutti i voti ricevuti è uguale a 6; il voto medio dei compiti che hanno preso almeno 6 è uguale a 7, mentre il voto medio degli altri è uguale a 4. Quale porzione della classe ha preso meno di 6?
(A) $1/4$ (B) $1/3$ (C) $2/5$ (D) $3/8$ (E) $2/7$

5. Laura dipinge di blu l'intera superficie di un cubo di legno, poi lo taglia suddividendolo in $6^3 = 216$ cubetti uguali. Mescolando i cubetti ed estraendone uno a caso, qual è la probabilità che Laura ne trovi uno che abbia esattamente due facce dipinte di blu?
(A) $8/27$ (B) $1/6$ (C) $1/4$ (D) $4/9$ (E) $2/9$

6. Considerato un parallelogramma $ABCD$, le rette parallele ai lati passanti per un punto interno P intersecano i lati in A' , B' , C' e D' , come in figura. I perimetri (in metri) dei parallelogrammi $D'AA'P$, $C'DD'P$ e $B'CC'P$ sono quelli indicati in figura. Quanti metri misura il perimetro del parallelogramma $A'BB'P$?
(A) 24 (B) 22 (C) 26 (D) 28 (E) 27



7. Quante sono le coppie di interi positivi (a, b) tali che a sia un divisore di b ed inoltre si abbia $a + 2b = 1010$?
(A) 503 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 504
8. Esternamente a un triangolo isoscele ABC (con $\overline{AC} = \overline{BC}$), si costruisce un rombo $BCDE$, dove $\widehat{CDE} = 96^\circ$. Qual è l'ampiezza dell'angolo \widehat{BAD} ?
(A) 54° (B) 36° (C) 42° (D) 48° (E) i dati forniti non sono sufficienti

9. Mentre pensa ad un problema di matematica, Francesco cammina come al solito avanti e indietro, facendo 1 passo in avanti, 2 indietro, 3 in avanti, 4 indietro e così via (con passi tutti di 60 cm). Appena raggiunge i 30 metri di distanza dal punto di partenza, finalmente risolve il problema. Quanti passi avrà fatto in tutto?

- (A) 50 (B) 5150 (C) 1275 (D) 5050 (E) 4950

10. La tabella qui a fianco, con 7 colonne ed infinite righe che proseguono all'ingiù, viene riempita inserendo nelle caselle i numeri naturali, in ordine crescente, saltando tutti i multipli di 5. Con quale numero termina la 120-esima riga?

1	2	3	4	6	7	8
9	11	12	13	14	16	17

- (A) 1049 (B) 1051 (C) 1052 (D) 839 (E) 841

11. Lungo la costa di un lago circolare ci sono tre porti. Su una mappa, i porti sono collocati in tre posizioni A , B , C e, misurando gli angoli, si trova che $\widehat{CAB} = 57^\circ$, $\widehat{ABC} = 48^\circ$, $\widehat{BCA} = 75^\circ$. In caso di emergenza, i soccorsi all'interno del lago vengono prestati dal porto più vicino. Quale porzione del lago è assistita dal porto che deve soccorrere la superficie più estesa?

- (A) $5/12$ (B) $11/30$ (C) $41/120$ (D) $7/18$ (E) $9/25$

12. Quante sono le coppie ordinate di numeri naturali (m, n) , con $m \leq n$, il cui minimo comune multiplo è uguale a 1515?

- (A) 12 (B) 13 (C) 14 (D) 11 (E) 10

13. Alberto e Barbara hanno due sacchetti, che contengono rispettivamente 2022 e 9^{99} caramelle. In qualsiasi momento, uno dei due può mangiare una caramella dal proprio sacchetto (senza dover rispettare turni o criteri di alternanza), a condizione che, in tal caso, regali un'altra caramella all'altra persona, che la mette nel proprio sacchetto. Dopo un po' di tempo, nessuno dei due può più mangiare caramelle. Si può affermare che, a questo punto, ...

- (A) sono rimasti entrambi senza caramelle
 (B) Alberto ha una caramella, Barbara nessuna
 (C) Barbara ha una caramella, Alberto nessuna
 (D) hanno entrambi una caramella
 (E) uno dei due (non si può prevedere chi) ha una caramella, l'altro nessuna

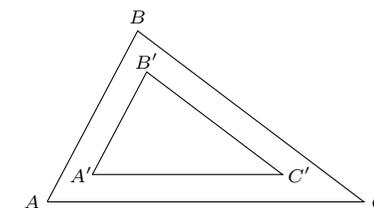
14. Indicare quanti sono i valori $k \in \mathbb{R}$ per i quali il polinomio $p(x) = x^2 - kx + 36$ ha almeno una radice intera positiva che sia minore di 1000.

- (A) 3 (B) 1 (C) 2 (D) 999 (E) 995

15. Luca e Carlo giocano uno contro l'altro a tombola (senza altri avversari). Ciascuno ha una cartella con 15 numeri; le due cartelle non hanno numeri in comune. Qual è la probabilità che la partita si concluda proprio all'89-esimo numero estratto?

- (A) $9/178$ (B) $5/178$ (C) $5/89$ (D) $1/18$ (E) $1/36$

16. Nel triangolo acutangolo ABC , i lati AB e BC misurano 17 m e 25 m, l'altezza BH misura 15 m. Consideriamo il triangolo $A'B'C'$, contenuto in ABC , i cui lati sono paralleli a quelli di ABC e si trovano a 2 m di distanza da questi. Quanti m^2 misura l'area di $A'B'C'$?



- (A) $315/2$ (B) $280/3$ (C) 140 (D) 105 (E) 126