



- Per ogni problema, indicare sul cartellino delle risposte un intero compreso tra 0000 e 9999.
- Se la quantità richiesta non è un numero intero, dove non indicato diversamente, si indichi la sua parte intera.
- Se la quantità richiesta è un numero negativo, oppure se il problema non ha soluzione, si indichi 0000.
- Se la quantità richiesta è maggiore di 9999, si indichino le ultime quattro cifre della sua parte intera.
- I problemi più impegnativi (a nostro giudizio) sono contrassegnati da una stella [★].
- Nello svolgimento dei calcoli può essere utile tener conto dei seguenti valori approssimati:

$$\sqrt{2} = 1.4142 \quad \sqrt{3} = 1.7321 \quad \sqrt{5} = 2.2361 \quad \sqrt{7} = 2.6458 \quad \pi = 3.1416.$$

Scadenze importanti

- **10 minuti dall'inizio:** termine per la scelta del problema Jolly (dopo verrà dato d'ufficio il primo problema).
- **30 minuti dall'inizio:** termine per rivolgere domande sul testo.
- **60 minuti dall'inizio:** termine della gara.

1. Bisogna crederci sempre

$\tan(\text{dace})$ non ne può più di sentir BuFourier, che è fissato con le lotterie, lamentarsi per le sue continue sconfitte al Lotto tradizionale. Così ϕ -neas (sempre a caccia di un nuovo progetto da «103 giorni d'estate») inventa il *FaciLotto-inator*: in questa variante, BuFourier deve selezionare 15 numeri distinti tra 1 e 30; $\tan(\text{dace})$ successivamente estrae 5 numeri distinti da un'urna contenente i numeri da 1 a 30. Qual è la probabilità che i numeri selezionati da BuFourier includano tutti quelli estratti da $\tan(\text{dace})$? *Rispondere con la somma di numeratore e denominatore della frazione ridotta ai minimi termini.*

2. Il dispetto di DoofenSchwartz

Il Dr. DoofenSchwartz, deciso a rovinare l'ennesimo picnic di IsAbel e delle Mathside Girls, rilascia nel grande stagno di Danville un macchia nera di inchiostro velenoso! La macchia, che inizialmente ha area di 1 cm^2 e cresce continuamente, ogni 4 ore si espande moltiplicando per 3 l'area occupata. Lo stagno ha la forma di un esagono regolare di lato $243\sqrt{2}\sqrt[4]{3}\text{ cm}$. Perryodico deve capire quanto tempo ha prima che lo stagno sia completamente annerito. Dopo quante ore l'intero stagno risulterà coperto?

3. Tre brocche

Alla mensa dell'*Accademia di Danville*, BuFourier deve riempire tre brocche da un litro. I tre erogatori disponibili forniscono rispettivamente 1 litro d'acqua al minuto, 1 litro ogni minuto e 20 secondi, e un 1 litro ogni minuto e 40 secondi. BuFourier può scambiare istantaneamente (e per un numero finito di volte) le brocche sotto gli erogatori. Qual è il tempo minimo, in secondi, necessario per riempire completamente tutte e tre le brocche?

4. L'area mancante

Durante un inseguimento all'interno del laboratorio, Perryodico trova sul pavimento il disegno di un quadrilatero $ABCD$ le cui diagonali si incrociano in P . Su uno schermo lampeggiano tre numeri – 1107, 1722 e 3150 – che corrispondono, a quanto sembra, alle aree dei triangoli ABP , BCP e CDP . Per disattivare il dispositivo di DoofenSchwartz, Perryodico deve inserire l'area mancante di DAP . Quanto vale l'area di DAP ?

5. Sistemone

Normale, il robot-maggiordomo del Dr. DoofenSchwartz, deve proteggere un file cifrato che contiene due numeri primi p e q . Nel file compaiono le misteriose condizioni

$$p^4 - q^4 = 17m^2, \quad p^{2025} - q^{2025} = 1234\dots 9991000,$$

dove a destra appaiono in sequenza tutti gli interi da 1 a 1000. Phineas convince Belljeet che scoprire p e q è l'unico modo per fermare il Sistema-inator. Quante sono le coppie (p, q) di numeri primi che soddisfano entrambe le condizioni?

6. Fibonacci Fan

IsAbel vuole guadagnare il distintivo «*Fibonacci Fan*». La prova? Scoprire tutti gli indici n tali che il numero di Fibonacci ϕ_n sia esattamente uguale a n^2 . (La successione di Fibonacci (ϕ_n) è definita da $\phi_0 = 0$, $\phi_1 = 1$ e $\phi_n = \phi_{n-1} + \phi_{n-2}$ per $n \geq 2$.) Ferbmat chiede: «Qual è la somma di tutti gli indici n trovati?».

7. Quattro mosse

tan(*dace*) è decisa a battere Jermain a scacchi, con l'aiuto di un'inedita scacchiera 4×4 progettata da Ferbmat. Sistemata la regina in un angolo, Ferbmat la sfida a elencare tutti i diversi percorsi di esattamente 4 mosse che la regina può compiere (muovendosi come da regolamento: in orizzontale, verticale o diagonale, di quante caselle desideri). Quanti sono i possibili percorsi differenti?

8. Super-aiuola

IsAbel, appassionata di geometria, mostra a ϕ -neas un curioso triangolo ABC i cui lati soddisfano

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 21, \quad \frac{1}{ab} + \frac{1}{bc} + \frac{1}{ca} = 140.$$

Per un esperimento di *super-aiuola*, allunga AB dalla parte di A , BC dalla parte di B , CA dalla parte di C fino a A' , B' , C' rispettivamente, in modo tale che $AA' = BB' = CC' = \ell$. Perryodico calcola che il rapporto tra le aree di $A'B'C'$ e ABC vale $\frac{183}{64}$. Quanto vale ℓ ? Rispondere con la somma di numeratore e denominatore della frazione ridotta ai minimi termini.

9. Funzion-inator

DoofenSchwartz presenta a Normale il suo nuovo *Funzion-inator*: genera funzioni $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$, tutte con $f(0) = 3$, definite da

$$f(n+1) = (p+1)f(n) - pf(n-1) + p - 1$$

per ogni $n \geq 1$, dove p è un numero primo scelto a piacere dalla macchina. Ferbmat aggiunge due misure di sicurezza:

- $f(1)$ è minore di un milione;
- il sistema si blocca se $f(1081) - f(1080)$ non è multiplo di 2025.

Al variare di p , qual è il massimo numero di possibili valori di $f(1)$?

10. Denom-inator

BuFourier e Belljeet si sfidano al nuovo gioco inventato da ϕ -neas: *Denom-inator*. Il gioco inizia con tre pile contenenti rispettivamente x , y e z monete con $1 \leq x, y, z \leq 20$. A turno, un giocatore effettua le seguenti operazioni. Innanzitutto, controlla se la prima pila ha almeno tante monete quante la seconda e, in tal caso, vince. Altrimenti sceglie un numero i di monete con $1 \leq i \leq x$ dove x è il numero di monete della prima pila, quindi sposta i monete dalla seconda alla terza pila. Infine scambia la prima e la terza pila. Per quante terne iniziali (x, y, z) con $1 \leq x, y, z \leq 20$ il primo giocatore ha una strategia vincente?

11. Numeroni razionali rosa [★]

Belljeet, stufo di sentire BuFourier vantarsi dei suoi record in matematica, lancia la sfida: «Trova il più piccolo intero maggiore di 5872 che si possa esprimere come somma di potenze quarte di due numeri razionali». BuFourier accetta, certo che un simile numero non esista – finché IsAbel, con un sorriso, estrae la sua calcolatrice rosa... Che numero mostra la calcolatrice?

12. La circonferenza è tanta (part. pass. di tangere) [★]

Nel tentativo di sabotare l'ennesimo congegno di DoofenSchwartz, Perryodico si imbatte in un triangolo acutangolo ABC con incentro I e piede dell'altezza da A in D . Le rette BI e CI incontrano AD rispettivamente in X e Y . Ferbmat scopre una retta ℓ passante per D e parallela ad AI che risulta tangente alla circonferenza circoscritta al triangolo IXY . tan(*dace*) chiede a ϕ -neas: quanto vale

$$168 \frac{AD^2}{AI^2}?$$



XXVI Gara Nazionale a Squadre

Gara del pubblico – Sabato 10 Maggio 2025



*Ministero dell'Istruzione
e del Merito*

Soluzioni

Nr.	Problema	Soluzione
1	Bisogna crederci sempre	0533
2	Il dispetto di DoofenSchwartz	0048
3	Tre brocche	0076
4	L'area mancante	2025
5	Sistemone	0000
6	Fibonacci Fan	0013
7	Quattro mosse	7785
8	Super-aiuola	0017
9	Funzion-inator	0494
10	Denom-inator	5339
11	Numeroni razionali rosa [★]	5906
12	La circonferenza è tanta (part. pass. di tangere) [★]	0336